

Министерство образования и науки Российской Федерации
Нижнетагильский государственный социально-педагогический институт (филиал) фе-
дерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Российский государственный профессионально-педагогический университет»

Е. А. Волкова

**НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ
К АВТОМАТИЗАЦИИ ОЦЕНКИ
КАЧЕСТВА ОБУЧАЮЩИХ ТЕСТОВ
(НА ПРИМЕРЕ ОБУЧЕНИЯ
УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ)**

Монография

Нижний Тагил
2015

УДК 37.851001.8
ББК 74.262.21в644с51
В 676

Печатается по решению ученого совета НТГСПИ (протокол № 4 от 25 декабря 2014 г.)

Волкова, Е. А. Научно-методические подходы к автоматизации оценки качества обучающих тестов (на примере обучения учителей математики) : монография [Текст] / Е. А. Волкова. – Нижний Тагил : НТГСПИ (ф) РГПУ, 2015 – 126 с.

ISBN 978-5-8299-0319-0

Рецензенты: А. Г. Гейн – доктор педагогических наук, профессор;
С. Е. Попов – доктор педагогических наук, профессор.

В представленной монографии рассматривается научно-методический подход к оценке качества обучающих тестов по математике, реализованный с помощью средств информационно-коммуникационных технологий. Приводится определение качества обучающего теста, методика его определения, функциональная модель автоматизированной системы оценки качества обучающих тестов, апробация предложенной автоматизированной системы в рамках курса обучения учителей. Также рассматриваются методические рекомендации по использованию данной системы для целей самообразования в данной области. Материалы монографии могут быть полезны студентам вузов педагогического профиля, а также в системе повышения квалификации работников педагогического образования.

ISBN 978-5-8299-0319-0

© Волкова Е. А., 2015
© Нижнетагильский государственный
социально-педагогический институт
(филиал) ФГАОУ ВПО «Российский
государственный профессионально-
педагогический университет, 2015

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
ГЛАВА 1. Теоретические аспекты автоматизации оценки качества обучающих тестов	7
§ 1.1. Анализ научно-методических разработок в области оценки качества педагогических тестов, реализованных на базе информационных технологий	7
§ 1.2. Анализ методических подходов к автоматизации процесса оценки качества обучающих тестов	11
§ 1.3. Обоснование состава параметров характеристик качества обучающего теста по математике и требования к их значениям	13
§ 1.4. Требования к структуре и функционированию компонентов автоматизированной системы оценки качества обучающих тестов	28
§ 1.5. Педагогико-эргономические требования к программной реализации автоматизированной системы оценки качества обучающих тестов	34
ГЛАВА 2. Методические подходы к обучению учителей математики в области оценки качества обучающих тестов с использованием автоматизированной системы	37
§ 2.1. Основные требования к уровню обученности учителей математики в области автоматизации оценки качества обучающих тестов	37
§ 2.2. Структура и содержание курса обучения учителей математики в области автоматизации оценки качества обучающих тестов	38
§ 2.3. Методические рекомендации по применению автоматизированной системы оценки качества обучающих тестов	41
§ 2.4. Экспериментальная проверка уровня обученности учителей математики в области оценки качества обучающих тестов на базе автоматизированной системы	51
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	62
БИБЛИОГРАФИЯ	64
ПРИЛОЖЕНИЕ	67

ВВЕДЕНИЕ

Современный этап информатизации образования характеризуется переходом на качественно новый уровень, связанный с активным внедрением средств информационных и коммуникационных технологий (ИКТ) в процесс обучения. Этот процесс инициирует использование тестовых технологий в процессе обучения (И. В. Роберт).

Одним из приоритетных направлений информатизации образования является реализация возможностей информационных технологий в качестве средства автоматизации процессов контроля, коррекции результатов учебной деятельности, педагогического тестирования и психодиагностики, в качестве средства автоматизации процессов обработки результатов педагогического тестирования (И. В. Роберт).

Контроль результатов обучения и оценка качества обученности инициируют использование тестовых технологий в учебном процессе (М. К. Ивлиев, Н. И. Пак, И. Д. Рудинский, М. Б. Чельшкова, А. Г. Шаров, И. В. Шатова и др.). Реализация возможностей тестовых технологий обеспечивает получение объективной информации о достижении учащимися базового уровня знаний по учебным дисциплинам, объективное определение степени усвоения ими отдельных элементов знаний. В связи с этим тесты рассматриваются как один из основных инструментов контроля качества образования. В течение многих десятилетий тесты активно применяются в мировой педагогической практике (А. Анастаси, Дж. Гласс и Дж. Стэнли, К. Ингекамп, П. Клайн и др.), а в настоящее время занимают все более прочные позиции и в российском образовании (М. И. Грабарь, Б. Я. Лихтциндер, Е. А. Михайлычев, В. И. Михеев, С. А. Сафонцев и др.).

В современном образовательном процессе наряду с использованием контролирующего тестирования активно развивается такое направление педагогических тестовых технологий, как обучающее тестирование (В. М. Кадневский, О. А. Каплун, Д. А. Михайлова, Н. А. Сеногноева, В. А. Углев, Е. Б. Федоров и др.). Вслед за В. М. Кадневским под обучающим тестированием будем понимать совокупность мероприятий, обеспечивающих разработку и использование независимых и объективных средств оценки уровня развития индивидуальных способностей испытуемых к обучению, а также обработку и анализ полученных результатов.

Связано это с тем, что обучающее тестирование позволяет оценить не только правильность конечного результата, но и сам путь, который выбрал учащийся для получения ответа на тестовое задание, что дает в результате объективную картину об уровне знаний учащегося, а также предоставляет возможность выявления общих и индивидуальных пробелов в знаниях обучающегося. Кроме того, в данной разновидности теста заложена необходимость самостоятельного выбора учащимися пути решения задачи с

рефлексией этого выбора, а не просто ответа на нее, как это предусмотрено в традиционных моделях теста контроля результатов обучения.

Основываясь на исследованиях В. С. Аванесова, А. Н. Майорова, В. М. Кадневского, Н. А. Сеногноевой, под *обучающим тестом* применительно к предметной области «математика» будем понимать педагогический инструмент (А. Н. Майоров), позволяющий диагностировать правильность построения учащимся пути решения учебной задачи до получения верного ответа на нее.

Однако, несмотря на указанные позитивные моменты, применение обучающих тестов в педагогической практике сдерживается из-за недостаточной проработанности ряда принципиальных вопросов, одним из которых является оценка качества обучающих тестов, используемых в образовательном процессе. Это связано с недостаточно развитыми научно-методическими подходами к решению вопроса о выборе параметров качества обучающего теста, что, в свою очередь, обусловлено неоднозначным толкованием самого понятия «качество обучающего теста».

В работах по контролируемому тестированию (В. С. Аванесов, Т. А. Ильина, А. Н. Майоров, М. Б. Челышкова и др.) принципиальной позицией, занимаемой всеми указанными авторами, является определение характеристик качества контролирующего теста – валидности и надежности – исключительно на основе апостериорных оценок, т. е. таких, которые могут быть получены только после проведения широкой апробации. Что же касается обучающих тестов, то одним из достижений данного направления тестирования было выделение ряда параметров, позволяющих судить о педагогических свойствах теста до того, как он будет апробирован на репрезентативной группе обучаемых (Н. А. Сеногноева).

Однако вопрос о полноте выявленной совокупности параметров качества обучающего теста и об их взаимном влиянии также остается нерешенным. Кроме того, разработка любого обучающего теста сопровождается неоднократной обработкой данных теста и вычислением каждый раз значительного числа (более десяти) параметров (В. М. Кадневский, Н. А. Сеногноева, Е. Б. Федоров и др.), что весьма затруднительно осуществлять без привлечения средств автоматизации. Надо также отметить, что улучшение по одному из параметров нередко ведет к понижению значения по другому, а представление данных теста содержит графические составляющие, что делает эту процедуру еще более трудоемкой.

Учитывая вышеизложенное, под качеством обучающего теста будем понимать величину, описывающую совокупность взаимосвязанных параметров обучающего теста, характеризующих его свойства: нормативность, валидность, надежность, направленность теста на обучение. Вопросы оценки качества в области контролирующего тестирования нашли свое отражение в работах Дж. Гласса, О. А. Максимовой, Ю. М. Неймана, М. Б. Челышковой, В. С. Черепанова и др. В них также рассмотрены под-

ходы к использованию средств информационных технологий к оценке качества контрольно-тестовых материалов. Вместе с тем не уделяется должного внимания реализации возможностей информационных технологий в области оценки качества обучающих тестов.

Современный этап информатизации образования характеризуется использованием средств автоматизации (С. Г. Данилюк, А. А. Павлов, Ю. А. Романенко, И. Д. Рудинский, В. И. Сердюков и др.), в том числе и для процессов оценки качества тестов (С. В. Окладникова, О. И. Перескокова, П. А. Сивицкий и др.). В исследованиях этих специалистов показано, что для достижения заданного уровня качества применяемых тестов целесообразно применение средств автоматизации процессов сбора и обработки формализованной информации. Таким образом, достижение заданного уровня качества обучающих тестов базируется на формализованных параметрах, лежащих в основе автоматизации оценки качества обучающих тестов, под которой будем понимать процесс обработки, на базе информационных технологий, значений параметров качества обучающих тестов для установления наилучшего сочетания их значений и вывода оценки качества.

В настоящее время также ощущается дефицит специалистов в области оценки качества обучающих тестов, так как на сегодняшний день педагоги не имеют того уровня обученности в данной области, который позволил бы им уверенно применять обучающие тесты в своей работе. Вместе с тем следует констатировать тот факт, что научно-методические подходы, ориентированные на обучение учителей в области оценки качества обучающих тестов с использованием средств автоматизации, также недостаточно раскрыты в современных исследованиях. В этой связи необходимо обучение учителей оценке качества обучающих тестов, а также теории и практике оценки качества обучающих тестов с использованием средств автоматизации.

Вместе с тем необходимо отметить, что анализ средств автоматизации, используемых для обучения, позволяет говорить о необходимости методической поддержки для обеспечения комфортной работы пользователя в области обучения, графического компонента для наглядного представления данных, а также функции сбора и хранения данных.

Таким образом, есть необходимость реализации возможностей информационных технологий для автоматизации процесса оценки качества обучающих тестов, характеризующей нормативность, валидность, надежность, направленность теста на обучение, и методических подходов к обучению учителей в области автоматизации оценки качества обучающих тестов.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ АВТОМАТИЗАЦИИ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ОБУЧАЮЩИХ ТЕСТОВ

§ 1.1. Анализ научно-методических разработок в области оценки качества педагогических тестов, реализованных на базе информационных технологий

Изменения в системе образования, проводимые в нашей стране, привели к значительному росту роли тестовых технологий в процессе обучения. Благодаря им становится возможным получение достоверной информации о достижении базового уровня владения учащимися учебных дисциплин; объективное определение степени усвоения отдельных элементов знаний, выявление общих и индивидуальных пробелов в знаниях и т. д. Поэтому, сегодня тесты рассматриваются как один из основных инструментов контроля качества образования. Важным аргументом в пользу тестов является наличие теоретически обоснованных и апробированных на практике методик обработки результатов тестирования. В течение многих десятилетий тесты активно применяются в мировой педагогической практике (А. Анастаси, Дж. Гласс и Дж. Стэнли, К. Ингекамп, П. Клайн и др.), а теперь занимают все более прочные позиции и в российской педагогике (В. С. Аванесов, М. И. Грабарь, Б. Я. Лихтциндер, А. Н. Майоров, Е. А. Михайлычев, В. И. Михеев, Ю. В. Павлов, С. А. Сафонцев, В. А. Хлебников, М. Б. Чельшкова, А. Г. Шмелев и др.).

Современный этап информатизации образования характеризуется переходом на качественно новый уровень, связанный с активным внедрением средств информационных и коммуникационных технологий (ИКТ) в процесс обучения. Этот процесс также инициирует использование тестовых технологий в процессе обучения (М. К. Ивлиев, Н. И. Пак, И. В. Роберт, И. Д. Рудинский, М. Б. Чельшкова, А. Г. Шаров, И. В. Шатова). Реализация возможностей тестовых технологий обеспечивает получение объективной информации о достижении учащимися базового уровня знаний по учебным дисциплинам, объективное определение степени усвоения ими отдельных элементов знаний. В связи с этим тесты рассматриваются как один из основных инструментов контроля качества образования.

Однако приходится констатировать и значительную долю довольно критичного отношения к тестированию. По мнению Н. А. Сеногноевой [23], обусловлено это, прежде всего, тем, что, выступая, как форма контроля знаний и умений, приобретенных учащимися в результате обучения, применяемые тесты не позволяют достоверно выявить, как именно был получен ответ тестируемым. Кроме того, существующие методы построения тестов, как правило, нетехнологичны.

В работах по контролирующему тестированию принципиальной позицией, занимаемой авторами (В. С. Аванесов, Т. А. Ильина, А. Н. Майоров, М. Б. Челышкова, В. А. Хлебников), является определение таких характеристик качества теста, как *валидность*, которая свидетельствует о пригодности тестовых результатов для той цели, ради чего проводилось тестирование, [1; 13; 27], и *надежность* – устойчивость показаний теста относительно знаний испытуемых [1; 13; 27]. Эти характеристики основаны исключительно на апостериорных оценках, т. е. таких, которые могут быть получены только после проведения широкой апробации, поэтому судить о качестве теста возможно лишь после применения их на испытуемых.

Как известно, с любыми измерениями, в том числе и оценкой качества тестов, неразрывно связано решение проблемы объективности данной процедуры. По мнению А. Н. Майорова [13], объективность оценки качества тестов достигается прежде всего через стандартизацию процедуры проверки показателей качества тестов.

Таким образом, для того чтобы оценка качества тестов была объективной, необходимо сделать эту процедуру единообразной и стандартизированной на основании установленных требований к параметрам качества тестов.

По мнению многих авторов (В. П. Беспалько, Б. С. Гершунский, С. Г. Григорьев, Л. И. Долинер, М. П. Лапчик, А. Н. Леонтьев, Д. Ш. Матрос, Е. И. Машбиц, И. В. Роберт, Б. Е. Стариченко и др.), автоматизированная оценка качества наиболее объективна, поскольку обеспечивает единообразие и независимость измерений. Реализация такой автоматизированной оценки на базе информационных технологий признана при этом наиболее предпочтительной.

На сегодняшний день существует немало разработок в области оценки качества педагогических тестов таких авторов, как Д. И. Бузун и Е. Н. Балыкина, О. Ф. Киселева, О. А. Максимова и О. Е. Пермяков, С. В. Окладникова, П. А. Сивицкий и др. И в каждой из разработок имеется свой подход к оценке качества тестовых материалов.

Так, например, в работе О. Е. Пермякова и О. А. Максимовой [17] приведен пример системы комплексной оценки качества контролирующих тестовых материалов, которая состоит из четырех основных этапов:

1. Предварительная экспертиза качества тестовых материалов, целью которой является отбор авторского материала, соответствующего требованиям тестов.

2. Экспертное оценивание (внутренняя экспертиза) качества тестов, проводимое после составления первого варианта теста.

3. Тестологическая экспертиза, заключающаяся в проведении апробационного тестирования и расчета на основе его результатов статистических характеристик качества тестов и тестовых заданий.

4. Проведение комплексного оценивания тестовых заданий и тестов.

Как отмечают авторы, последний этап является самым трудоемким, так как в процессе проведения комплексного оценивания качества обучающих тестов необходимо провести следующие процедуры:

1. Формирование сводной таблицы показателей качества тестовых материалов, полученных на предыдущих этапах экспертизы.

2. Построение комплексных показателей качества тестовых материалов.

3. Нормирование показателей качества тестовых материалов.

4. Определение доверительных интервалов комплексных оценок.

5. Формирование вербально-числовой шкалы качества тестовых материалов.

6. Формирование итогового заключения в виде рекомендаций:

– по применению стандартизированных тестовых материалов для контроля качества учебных действий;

– для авторов по корректировке и доработке тестовых материалов с указанием причины несоответствия к требованиям качества [17].

Проведение оценки качества тестов позволит улучшить качество тестовых материалов на этапе их разработки и сформировать банк стандартизированных тестовых материалов, что обеспечит образовательный процесс надежными и валидными тестовыми материалами [17].

В свою очередь, С. В. Окладникова [15] отмечает, что подсистемы анализа качества тестовых материалов реализованы лишь у 30 % автоматизированных систем тестирования, и как решение предлагает модель оценки качества читабельности тестовых материалов за счет расширения состава критериев с целью дальнейшего их использования при оценке качества тестовых материалов. В результате была разработана автоматизированная система тестирования с оценкой читабельности тестовых заданий и выводом комплексного показателя качества тестовых заданий.

В работе П. А. Сивицкого [24] предложена комплексная методика оценки качества контролируемых тестовых материалов, которая включает в себя два этапа получения качественных характеристик. Первый этап – это определение качественных показателей отдельных заданий (уровень трудности, дифференцирующая способность, валидность, интеркорреляция, анализ распространения ответов учащимися по предложенным вариантам ответа, анализ коэффициента корреляции с тестовым баллом правильных ответов и неверных альтернатив), второй – определение характеристик всего теста в целом (валидность, надежность, уровень обученности).

Автор подчеркнул, что на сегодняшний день многие автоматизированные системы, осуществляющие оценку качества каких-либо педагогиче-

ских объектов в образовании, находят массовое применение, так как каждая система позволяет решить большое число сложных и разнообразных задач из соответствующей предметной области, и особая роль в решении таких задач, как показывает опыт, отведена тестированию [24]. Однако, проанализировав разработки данной области, следует отметить, что нами были выявлены следующие основные направления использования средств информационных технологий в области педагогического тестирования: автоматизация тестового контроля знаний учащихся; автоматизация конструирования тестовых материалов; автоматизация промежуточных процессов оценки качества тестовых материалов.

В современном образовательном процессе наряду с использованием контролирующего тестирования активно развивается такое направление педагогических тестовых технологий, как *обучающее тестирование* (В. М. Кадневский, О. А. Каплун, Д. А. Михайлова, Н. А. Сеногноева, В. А. Углев, Е. Б. Федоров и др.). Вслед за В. М. Кадневским [10], *под обучающим тестированием* будем понимать совокупность мероприятий, обеспечивающих разработку и использование независимых и объективных средств оценки уровня развития индивидуальных учебных способностей испытуемых, а также обработку и анализ полученных результатов.

В свою очередь, основываясь на исследованиях В. С. Аванесова, А. Н. Майорова, В. М. Кадневского, Н. А. Сеногноевой и др., *под обучающим тестом* применительно к предметной области «математика» будем понимать педагогический инструмент [14], позволяющий диагностировать правильность построения учащимся пути решения учебной задачи до получения верного ответа на нее.

Связано это с тем, что обучающее тестирование позволяет оценить не только правильность конечного результата, но и сам путь, который выбрал учащийся для получения ответа на тестовое задание, что дает в результате объективную картину об уровне знаний учащегося, а также предоставляет возможность выявления общих и индивидуальных пробелов в знаниях обучающегося. Кроме того, в данной разновидности теста заложена необходимость самостоятельного выбора учащимися пути решения задачи с рефлексией этого выбора, а не просто ответа на нее, как это предусмотрено в традиционных моделях теста контроля результатов обучения. И в данной области педагогического тестирования имеется также достаточное количество разработанных на базе информационных технологий таких тестовых систем, как TestGold Studio, Система обучающего компьютерного тестирования [26] и др.

Однако, несмотря на указанные позитивные моменты, применение обучающих тестов в педагогической практике сдерживается из-за недостаточной проработанности ряда принципиальных вопросов, одним из которых является *оценка качества обучающих тестов*, используемых в образовательном процессе. Это связано с недостаточно развитыми научно-

методическими подходами к решению вопроса о выборе параметров качества обучающего теста и последующей их формализации, что, в свою очередь, обусловлено неоднозначным толкованием самого понятия «качество обучающего теста», а также в настоящее время ощущается дефицит специалистов в области оценки качества обучающих тестов, так как на сегодняшний день педагоги не имеют необходимого уровня обученности в данной области, который позволил бы им уверенно применять обучающие тесты в своей практической деятельности.

§ 1.2. Анализ методических подходов к автоматизации процесса оценки качества обучающих тестов

Как нами было сказано ранее, в работах по контролирующему тестированию (В. С. Аванесов., Т. А. Ильина, А. Н. Майоров, М. Б. Челышкова) принципиальной позицией, занимаемой всеми указанными авторами, является определение характеристик качества контролирующего теста – валидности и надежности – исключительно на основе апостериорных оценок, т. е. таких, которые могут быть получены только после проведения широкой апробации. Что же касается обучающих тестов, то одним из достижений данного направления тестирования было выделение ряда параметров, позволяющих судить о педагогических свойствах теста до того, как он будет апробирован на репрезентативной группе обучаемых [22].

Однако вопрос о полноте выявленной совокупности параметров качества обучающего теста и об их взаимном влиянии также остается нерешенным. Кроме того, сама разработка любого обучающего теста сопровождается неоднократной обработкой данных теста и вычислением каждый раз значительного числа параметров (В. М. Кадневский, Н. А. Сеногноева, Е. Б. Федоров), что весьма затруднительно осуществлять без привлечения средств автоматизации. Надо также отметить, что улучшение по одному из параметров нередко ведет к понижению значения по другому, а представление данных теста содержит графические составляющие, что делает эту процедуру еще более трудоемкой.

Современный этап информатизации образования характеризуется использованием средств автоматизации (С. Г. Данилюк, А. А. Павлов, Ю. А. Романенко, И. Д. Рудинский, В. И. Сердюков и др.), в том числе и для процессов оценки качества тестов (С. В. Окладникова, О. И. Перескоков, П. А. Сивицкий и др.). В исследованиях этих специалистов показано, что для достижения заданного уровня качества применяемых тестов целесообразно применение средств автоматизации процессов сбора и обработки формализованной информации. Таким образом, достижение заданного уровня качества обучающих тестов базируется на формализованных параметрах, лежащих в основе

автоматизации оценки качества обучающих тестов, под которой будем понимать процесс обработки на базе информационных технологий значений параметров качества обучающих тестов для установления наилучшего сочетания их значений и вывода оценки качества.

Вместе с тем следует констатировать тот факт, что научно-методические подходы, ориентированные на обучение учителей в области оценки качества обучающих тестов с использованием средств автоматизации, также недостаточно раскрыты в современных исследованиях. В этой связи необходимо обучение учителей оценке качества обучающих тестов, а также теории и практике оценки качества обучающих тестов с использованием средств автоматизации.

По словам П. Д. Волкова [4], область применения средств образовательного назначения, в том числе и средств автоматизации, накладывает на них определенные требования, многие из которых должны быть учтены еще на этапе разработки.

Так, например, проанализировав исследования по использованию средств автоматизации для процесса обучения [4; 11; 12; 16; 26], была выявлена необходимость учитывать требования к структуре и функционированию компонентов системы; педагогико-эргономические требования к разработке, а также необходимость разработки методических рекомендаций по применению автоматизированной системы.

Вместе с тем необходимо отметить, что анализ средств автоматизации, используемых для обучения [11; 25; 28 и др.], позволяет говорить о необходимости методической поддержки в системе для обеспечения комфортной работы пользователя в области обучения, графического компонента для наглядного представления данных, а также функции сбора и хранения данных.

Проанализировав разработки для оценки качества тестовых материалов, реализованных на базе информационных технологий [17; 24 и др.], был сделан следующий вывод. Относительно тестов использование средств автоматизации достаточно очевидно, однако что касается обучающего тестирования, то большинство частных показателей качества связаны между собой так, что повышение качества обучающего теста по одному показателю ведет к понижению качества по другому, и наличие неоднородных связей между отдельными параметрами тестов приводит к проблеме корректности критерия качества. Для решения этой проблемы нами были привлечены методы количественной оценки, а именно методы инженерии знаний, которые по-другому называются методом ситуационного управления. Они основаны на получении знаний у эксперта-человека или из других источников с последующим представлением этих знаний в автоматизированной системе, в которой принятие решения о качестве обучающего теста осуществляется на основе специально разработанного набора логических правил. Таким образом,

достижение заданного уровня качества обучающих тестов базируется на формализованных параметрах, лежащих в основе *автоматизации оценки качества обучающих тестов, под которой будем понимать процесс обработки на базе информационных технологий значений параметров качества обучающих тестов для установления наилучшего сочетания их значений и вывода оценки качества.*

Таким образом, наши методические подходы к автоматизации оценки качества обучающих тестов выражены в теоретическом обосновании состава параметров, характеристик качества обучающего теста и разработке требований к их значениям; разработке требований к структуре и функционированию компонентов автоматизированной системы, а также в разработке методических рекомендаций по использованию системы в области оценки качества обучающих тестов.

§ 1.3. Обоснование состава параметров характеристик качества обучающего теста по математике и требования к их значениям

На сегодняшний день следует признать, что наряду с достаточно изученной областью оценки качества контролирующего тестирования, исследования, касающиеся качества обучающих тестов, находятся на начальной стадии. Вопросы, связанные с выбором критериев качества для данного вида тестов, остаются также до сих пор нерешенными.

Понятия валидности и надежности для обучающих тестов

Опираясь на теорию педагогического тестирования, разработанную в трудах В. С. Аванесова, Т. А. Ильиной, А. Н. Майорова, М. Б. Чельшковой и др., можно сказать, что качество любого теста сопряжено с такими понятиями, как валидность и надежность.

Надежность теста, выступающая одним из критериев качества теста, характеризует (по мнению А. Н. Майорова) его точность как измерительного инструмента, устойчивость его к воздействию помех – состояния испытуемых, их отношения к процедуре тестирования и т. п. [13]. Валидность, в свою очередь, указывает, действительно ли данный инструмент измеряет исследуемое свойство, насколько хорошо он это делает: чем выше валидность инструмента, тем лучше отражено в нем то качество, свойство, ради измерения которого он создавался [13]. Согласно В. С. Аванесову, качество любого теста, контролирующего результаты обучения, сводится к определению меры его надежности и валидности [1].

Качественный тест образует шкалу, которая выступает как средство для измерения свойства объекта. Шкала представляет собой числовую систему, в которой отношения между различными объектами выражены свойствами числового ряда [1].

Приходится констатировать, что исследования по обучающему тестированию не столь обстоятельны. Более того, параметры обучающих

тестов, влияющие на их качество, по существу, были выявлены только для такой разновидности обучающих тестов, каковыми являются тесты учебной деятельности [См.: 23]¹. К этим параметрам относятся: степень неравномерности теста, уровень альтернативности теста максимальный, уровень альтернативности теста минимальный, сложность теста максимальная, сложность теста минимальная, степень разветвленности теста. На наш взгляд, значительная часть этих параметров может быть использована для оценки качества обучающих тестов любой разновидности.

Чтобы обсуждение указанных параметров было конструктивным, отметим, что структура обучающих тестов предусматривает последовательное предъявление учащемуся наборов альтернатив выполняемых учебных действий. Выбирая на каждом шаге действие и выстраивая из них последовательность, которая в конечном итоге и представляет собой решение задачи, учащийся для себя формирует определенный уровень усвоения учебного материала и одновременно демонстрирует его учителю.

Альтернативность здесь проявляет себя с разных сторон. Она предусматривает разнообразие путей решения, уровня детализации (свернутая или развернутая форма применяется при выполнении действия) и т. д. Именно конструктивно заложенные альтернативы, отражающие разные характеристики учебного действия, служат основой для построения диагностики качества учебной деятельности учащегося в соответствии с названными выше параметрами. Ниже приведен пример обучающего теста, демонстрирующий наборы альтернатив и построенные по ним характеристики учебных действий.

Рассмотрим подробнее влияние указанных выше параметров на качество обучающих тестов.

1. Степень равномерности теста – этот параметр тесно связан с таким понятием, как «уровень свернутости теста». Под уровнем свернутости понимается количество этапов, необходимых для формирования этого действия. Уровень свернутости действия – это количество этапов (выделенных в соответствии с теорией П. Я. Гальперина), которые осуществляются учащимся при выполнении этого действия. Тогда степень равномерности – это разность между максимальным и минимальным уровнями свернутости в тех действиях, которые выполняются учащимся при прохождении данного теста.

Исследования показали, что в обучающий тест естественно включать действия лишь одной формы: либо материализованной, либо громкоречевой, либо умственной. В то же время обучающий тест включает

¹Н. А. Сеногноевой рассматривались тесты учебной деятельности преимущественно для естественно-научных дисциплин. Мы в нашей работе также ограничиваемся этими предметными областями.

в себя контроль уровня, на котором находится учащийся при прохождении теста. Если тест неравномерный, то точно определить этот уровень будет невозможно. Следовательно, степень равномерности, большая единицы, отрицательно сказывается на валидности.

Высокое значение параметра «степень равномерности» также отрицательно сказывается на надежности. При таком тестировании учащемуся при выполнении заданий трудно переключаться с одного уровня на другой, а при повторном тестировании из-за такого «переключения» ответ может оказаться непредсказуемым. Это означает, что результат выполнения такого теста неустойчив [21].

Из вышесказанного следует, что для качества обучающего теста (его валидности и надежности) необходимо, чтобы показатель равномерности не превышал единицы.

2. Уровень альтернативности теста максимальный. Указанный параметр – это максимальное значение из отношений числа верных альтернатив действия к их общему числу в этом действии. Данный параметр оказывает влияние на надежность, так как максимальный уровень альтернативности является показателем наивысшей вероятности угадывания правильного ответа в данном тесте. Например, если число верных альтернатив действия равно двум, а общее число альтернатив в действии равно четырем, то этот параметр равен 0,5, следовательно, можно говорить о высокой вероятности угадывания верного ответа и, соответственно, низкой надежности. Если же этот параметр, например, равен 0,3 (число верных альтернатив действия равно единице, а общее число альтернатив в действии равно трем), то вероятность угадывания верных ответов уже ниже, а надежность – выше. Таким образом, чем ниже параметр максимального уровня альтернативности, тем выше надежность. Будем считать, что максимальный уровень альтернативности должен быть равен не менее 0,3 [22].

3. Уровень альтернативности теста минимальный – это минимальное значение из отношений числа верных альтернатив действия к их общему числу в этом действии. Данный параметр влияет на валидность [23]. Рассмотрим случай, когда одно задание содержит два верных ответа из пяти, а другое – два из семи. Очевидно, ученику легче решить проблему выбора в первом случае. Однако во втором случае при выборе двух ответов из семи освоенность будет выше, и, следовательно, степень альтернативности ниже. Это означает, что чем выше минимальный уровень альтернативности, тем ниже валидность, и наоборот [21].

4. Сложность теста максимальная. Классическая теория тестов исходит из физической, по сути, идеи увеличения надежности в зависимости от числа этапов усвоения, которые необходимо пройти для решения теста: чем больше, тем надежнее. Чем больше этапов приходится пройти учащимся, тем сложнее путь. В то же время чем больше этапов

предъявлено на том пути, который выбрал учащийся, тем легче прохождение каждого этапа и, следовательно, легче прохождение всего пути от начальных данных до конечного результата. Это означает, что каждый тест характеризуется двумя параметрами: сложность теста максимальная, то есть сложность для самого короткого пути в этом тесте и сложность теста минимальная, то есть уровень самого длинного пути в этом же тесте. В свою очередь, *сложность теста минимальная* Н. А. Сеногноевой определяется как минимальное значение из уровней сложности путей теста и влияет на валидность [22]. При описании этого параметра Н. А. Сеногноевой учитывалось известное для контролирующих тестов понятие валидности по уровню. Приведем его.

Качественность контролирующих тестов оценивают с точки зрения соответствия уровня его трудности уровню подготовленности тестируемых в данный момент учащихся. Как утверждает В. С. Аванесов [2], эту оценку в литературе нередко относят к валидности, имея в виду валидность по уровню. Легко понять практическую бесполезность того, чтобы давать слабым учащимся трудные задания; большинство из них, вероятнее всего, не сумеют правильно на них ответить. Так же обстоит дело и с легким тестом: его бесполезно (неэффективно) давать, потому что здесь высока вероятность, но теперь уже правильных ответов, и потому практически все испытуемые получают по тесту одинаково высокий балл. И в том, и другом случае испытуемые не будут дифференцированы между собой. Измерение, таким образом, не состоится по причине несоответствия уровня трудности теста уровню подготовленности испытуемых. Из этих соображений легко вывести, что качественный тест – это тест, соответствующий по уровню трудности заданий уровню подготовленности испытуемых [2].

Применение этой идеи к обучающим тестам осуществлялось заменой понятия трудности на сложность пути решения теста и уровень сложности пути решения теста.

Проиллюстрируем нахождение указанного параметра на примере одного из тестов.

Пример обучающего теста по тригонометрии

Задача. Упростить выражение: $-\sin^2 2x - \cos 4x$.

Для решения задачи выполните пункты в заданной последовательности, начиная с п. 1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Для решения задачи выполните следующие действия:

А. Воспользуетесь формулой сложения для косинуса переходите к Д 1

Б. Воспользуетесь формулой
косинуса двойного аргумента

переходите к Д 2

В. Воспользуетесь формулой синуса
двойного аргумента

переходите к Д 3

Д 1. Такой путь возможен, примените данную формулу и переходите к п. 2.

Д 2. Такой путь возможен, примените данную формулу и переходите к п. 4.

Д 3. Этот путь заведет Вас в тупик, переходите к п. 1

2. Вы воспользуетесь следующей формулой сложения:

А. $\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$ переходите к Д 4

Б. $\cos(x + x) = \cos x \cdot \cos x - \sin x \cdot \sin x$ переходите к Д 4

А. $\cos(2x + 2x) = \cos 2x \cdot \cos 2x - \sin 2x \cdot \sin 2x$ переходите к Д 5

Д 4. Подумайте, подойдет ли Вам эта формула – разве аргумент $4x$ представим в таком виде, переходите к п. 2

Д 5. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 3

3. В результате слагаемое $\cos 4x$ Вы замените на выражение:

А. $\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x$ переходите к Д 6

Б. $\cos 4x = 4 \cos^2 2x - 4 \sin^2 2x$ переходите к Д 7

В. $\cos 4x = \cos^2 4x - \sin^2 4x$ переходите к Д 7

Д 6. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 4

Д 7. Вы неверно осуществили алгебраические преобразования, переходите к п. 3.

4. Вы получите выражение:

А. $-\sin^2 2x - \cos^2 2x - \sin^2 2x$ переходите к Д 8

Б. $-\sin^2 2x - \cos^2 2x + \sin^2 2x$ переходите к Д 9

В. $\sin^2 2x - \cos^2 2x - \sin^2 2x$ переходите к Д 10

Д 8. Вы ошиблись в знаке, переходите к п. 4

Д 9. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 5

Д 10. Будьте внимательны со знаками, переходите к п. 4

5. Ответ к задаче таков:

А. $\cos^2 2x$ переходите к Д 11

Б. $-\cos^2 2x$ переходите к Д 12

В. Другой ответ переходите к Д 13

Д 11. Будьте внимательны со знаками, переходите к п. 5

Д 12. Верно. Запишите правильный ответ. Молодец. Вы справились с задачей

Д 13. Неверно, переходите к п. 5.

Напомним, что, согласно теории П. Я. Гальперина и Н. Ф. Талызиной [7], внутреннюю логику процесса усвоения образуют шесть этапов:

1. Формирование мотивации.

2. Становление первичной схемы ориентировочной основы действия.

3. Формирование действий в материализованной (материальной форме).

4. Этап внешнеречевых действий.

5. Этап выполнения во «внешней речи про себя».

6. Этап умственных действий.

На основании обучающего теста составляется таблица соответствия этапов и путей решения пунктам теста. Она выглядит следующим образом (табл. 1).

Таблица 1

Соответствие этапов и путей для обучающего теста.

пункты	1	2	3	4	5
этапы	II	III	IV	V	VI
путь	1,2	1	1	1	1,2

Последовательность этапов формирования умственных действий на каждом пути прохождения обучающего теста можно показать с помощью построения концентров, изображенных на рис. 1, по схеме, предложенной Т. В. Габай [6].

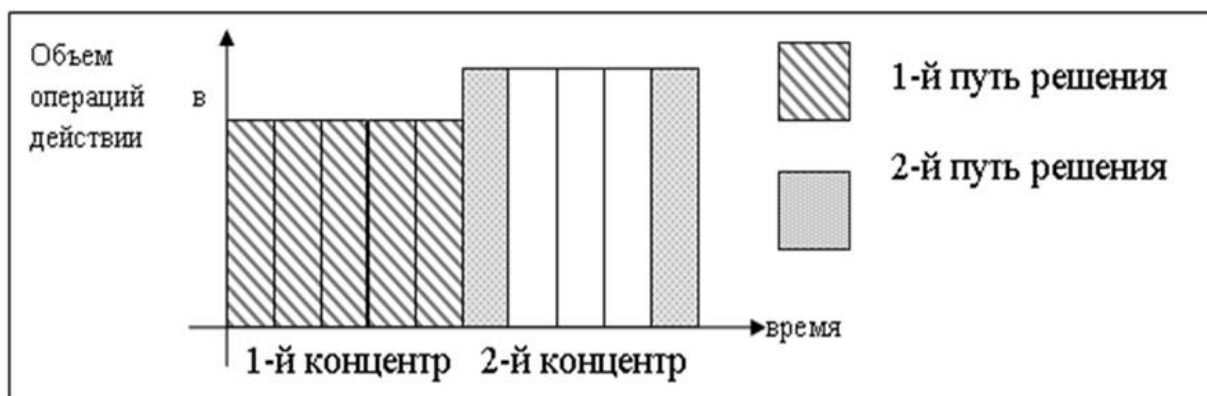


Рис. 1. Последовательность этапов

Таблица 2

Параметры действий обучающего теста

Параметры действий	действия	
	1	2
уровень свернутости действия	1	4
шаг действия	1	1
уровень свернутости шага	1	4
уровень сложности выполнения действия	1	4

Уровень свернутости действия – это количество этапов формирования умственных действий (по теории П. Я. Гальперина) соответствующего данному концентру. Эта зависимость представлена в таблице 3.² Из рисунка 1 видно, что первый концентр содержит пять этапов, уровень его свернутости равен одному (в соответствии с табл. 3); второе действие содержит два этапа, уровень его свернутости равен четырем.

Таблица 3

Уровень свернутости действия	Количество этапов в концентре
1	5
2	4
3	3
4	2
5	1

Степень разветвленности теста – это количество путей в тесте. Число путей решения в данном тесте равно двум [23]. Следовательно, степень разветвленности теста равна двум.

Сложность пути теста определяется как число, равное сумме уровней свернутости действий данного пути. Учитывая, что уровни свернутости действий отражены в таблице 2, сложность каждого из путей можно найти как сумму уровней свернутости действий данного пути. Таким образом, сложность первого пути равна отношению суммы уровней свернутости всех концентров первого пути к числу этих концентров. Следовательно, сложность первого пути равна 1, а сложность второго пути равна 4. Итоги нашего рассмотрения отражены в таблице 4.

Таблица 4

Путь решения	1	2
Сложность пути	1	4

Напомним, что чем длиннее путь решения теста, тем ниже его уровень свернутости и ниже уровень сложности и наоборот. Так, учитывая прямую зависимость уровня сложности от уровня свернутости действия теста, можно сделать вывод: чем больше количество этапов формирования умственных действий, тем ниже уровень свернутости (более развернутый характер) действия и тем ниже сложность выполнения действия (задания), а значит, тест становится доступнее для выполнения слабыми учащимися и наоборот: обучающие тесты с максимальным уровнем сложности, но

²Наибольшее количество этапов в любом концентре не больше пяти, так как мы рассматриваем со второго этапа.

имеющие менее свернутый (т. е. развернутый) характер являются более доступными учащимся с высоким уровнем успеваемости.

Ясно, что слабые учащиеся в обучающих тестах отдадут предпочтение более длинному пути решения теста в силу его развернутости: он более подробный и поэтому более доступный для понимания, а сильные – наоборот. Сложность теста минимальная является нижней границей, определяющей уровень подготовленности самых сильных учащихся при работе с тестом.

Такие данные весьма неудобны в плане их представления в виде интервала допустимых значений и построением шкалы. Поэтому, как было сказано ранее, параметр «минимальный уровень сложности» нам указывает, для какой группы подготовленности подходит тот или иной тест. Установим для данного параметра следующие критерии.

Для учащихся с удовлетворительной успеваемостью и более низкой успеваемостью подойдут обучающие тесты с минимальным уровнем сложности от 1 до 1,9, так как здесь осуществляется прохождение всех этапов усвоения с возможностью исключения одного из промежуточных этапов формирования умственных действий в одном из путей решения теста, тем самым учащемуся будет легче проходить этот тест.

Для учащихся с хорошей и удовлетворительной успеваемостью подойдут обучающие тесты с минимальным уровнем сложности от 2 до 2,9, так как тесты имеют менее развернутый характер, и тем самым учащийся пробует обходиться без промежуточных вспомогательных данных, т. е. такие тесты состоят в среднем из трех или четырех этапов, достаточных для учащихся данной группы успеваемости.

Для учащихся с отличной и хорошей успеваемостью подойдут обучающие тесты с минимальным уровнем сложности от 3 до 3,9, так как тесты имеют еще более свернутый характер, тем самым они адаптированы под уровень успеваемости данной группы учащихся и состоят из двух или трех этапов, которые отвечают за формирование понятия и его закрепление с возможностью воспользоваться одним вспомогательным этапом. Тесты с параметром, равным 4, рекомендуется использовать для учащихся с отличной успеваемостью, в данных видах тестов есть только этап мотивации к изучению нового понятия и этап его закрепления.

Нормативные характеристики обучающих тестов

В работах Н. А. Сеногноевой [22; 23] также были выявлены предельно допустимые значения для еще ряда параметров тестов учебной деятельности. К ним относятся: минимальный и максимальный уровень свернутости теста, среднее значение уровня свернутости теста, длина и ширина теста, степень разветвленности теста. Эти параметры определяются следующим образом:

Минимальный уровень свернутости теста – это наименьшее число из уровней свернутости действия.

Максимальный уровень свернутости теста – это наибольшее число из уровней свернутости действия.

Среднее значение уровня свернутости теста – это число, равное среднему арифметическому уровней свернутости действий.

Длина теста – это число, равное сумме уровней свернутости всех шагов действий теста.

Ширина теста – это максимальный шаг действия.

Степень разветвленности теста – это количество путей в тесте [21. С. 116].

Для первых трех параметров основой их вычисления является уровень свернутости действия (определение см. выше). Как отмечает Н. А. Сеногноева, значение этого параметра варьируется от единицы до четырех, следовательно, шкала допустимых значений для минимального и максимального уровня свернутости теста имеет те же границы. В той же работе отмечено, что тесты, среднее значение уровня свернутости которых равно единице, применяются лишь на этапе изучения нового материала, а тесты, среднее значение уровня свернутости которых равно четырем, применяются лишь на этапе закрепления. Однако далее Н. А. Сеногноева утверждает, что для качественных обучающих тестов среднее значение уровня свернутости не должно быть меньше трех. Мы не можем с этим утверждением согласиться, так как нами было показано, что для учащихся с удовлетворительной успеваемостью и ниже полезны обучающие тесты со значением параметра «сложность теста минимальная», равным от 1 до 1,9. Это значит, что тест, удовлетворяющий условию равномерности, должен иметь параметры свернутости в интервале от 1 до 2. Таким образом, правомерен вывод о том, что среднее значение уровня свернутости может варьироваться не от 3 до 4, а от 1 до 4, не включая пограничные значения интервала.

Ширина и степень разветвленности не должны превышать значения четырех. Это обусловлено тем, что в тестах учебной деятельности, как и в обучающих тестах, учащийся встречается и с теоретическим материалом, и с комментариями к ответам, поэтому оптимальное количество рассматриваемых в задаче характеристик равно трем, а максимальное их число – четыре [6].

Хорошо известно, что структура учебного процесса должна иметь все необходимые компоненты: вводно-мотивационный, операционально-познавательный и рефлексивно-оценочный. Отметим, что введенные параметры согласованы с этой структурой. Более того, при таком структурировании рассмотренные нами параметры играют роль тех нормативов, соответствие которым обеспечивает качество обучающих тестов с точки зрения их стандартизации. Тем самым описанные выше

параметры должны учитываться при конструировании обучающих тестов любой разновидности.

Характеристики, отражающие направленность на обучение

Для описания данной характеристики целесообразно тестовые задания разделить на два типа. Задания первого типа направлены на развитие умений анализировать задачу, применять знания, то есть на развитие аналитико-синтетических операций. Задания второго типа направлены на выявление и устранение пробелов в знаниях. Можно сказать, что задания второго типа в большей мере реализуют стандартную контролирующую функцию. Поэтому без заданий первого типа тест перестает быть обучающим, он становится традиционным тестом контроля знаний, умений, навыков. Однако и без заданий второго типа обучающий тест также существовать не может. Ведь любой тест в качестве основы должен содержать решение некоторой задачи, имеющей определенный ответ, и, следовательно, от учащегося требуется выполнение действий, представляющих собой применение знаний в конкретной ситуации. Выполняя такие задания, учащийся тоже может допускать ошибки, что, разумеется, влияет на успешность выполнения теста учащимся. Но именно присутствие в тесте заданий первого типа делает его направленным на обучение. Поэтому для оценки качества обучающих тестов необходимо ввести параметр, позволяющий численно описать данную характеристику.

В качестве такого параметра естественно взять отношение числа заданий первого типа к общему числу заданий в тесте. Данный параметр мы будем называть *степень направленности на обучение*.

Как было сказано ранее, параметр «степень направленности на обучение» характеризует обучающий тест с точки зрения его способности обучать. Как известно из теории Гальперина, для формирования знаний по каждому новому понятию необходимо наличие минимум двух этапов (обучающего и контролирующего), тогда обучающий тест, состоящий по крайней мере из двух путей решения (условие разветвленности теста), будет иметь степень направленности, равную 0,5 или выше. Однако такое минимальное число этапов характеризуется высоким значением «уровня свернутости» (см. таблица 3) и, соответственно, высоким значением параметра «уровень сложности» (см. таблица 2), а как нами было показано (описание параметра уровень сложности минимальный) такие (высокие) значения параметра подходят лишь для учащихся с хорошей или отличной успеваемостью.

Если значение параметра «степень направленности на обучение» будет больше 0,6, значит, тест состоит преимущественно из заданий первого типа (обучающих). В таких обучающих тестах некоторые понятия даются без последующего закрепления, поэтому такие тесты не отображают в полной мере полноценный учебный процесс.

Если значение параметра степень направленности на обучение будет меньше 0,3, значит, тест состоит преимущественно из заданий второго типа (контролирующего). О таких обучающих тестах можно сказать, что они носят контролирующий характер и не могут быть объективны в отображении поэтапных мыслительных действий учащихся, так как такие задания направлены на выбор ответа без логических рассуждений.

Следовательно, для учащихся с удовлетворительной успеваемостью или ниже необходимы обучающие тесты более подробного характера, а значит, с большим количеством заданий первого типа. Поэтому значение параметра степень направленности на обучение для этой группы учащихся должно быть в интервале от 0,3 до 0,5.

Чтобы процедура вычисления значения данного параметра была объективной, необходимо определить критерий, по которому задание теста будет квалифицироваться как задание первого или второго типа. Этот вопрос был рассмотрен в работе Н. А. Сеногноевой [23. С. 107]. По ее мнению, к заданиям первого типа относятся вопросы, используемые на II и III этапе формирования умственных действий (по теории Гальперина), а вопросы, используемые на IV, V и VI этапах, – к контролирующему типу заданий.

Шкала для данного параметра и соответственно границы изменения данного параметра, в которых можно признать тест нужного качества, определялись экспериментальным путем с привлечением экспертов. Обработка результатов эксперимента показала, что заданный уровень качества имеют те тесты, для которых значение параметра «степень направленности на обучение» заключено в интервале значений от 0,3 до 0,6.

Построенная совокупность параметров отражает все основные характеристики качества обучающих тестов. Следовательно, интегративно качество обучающих тестов можно определить путем установления соответствия измеряемых характеристик следующим предельным значениям параметров, которые приведены нами в таблице 5.

Таблица 5

Паспорт качества обучающего теста

Группа характеристик	Параметризация характеристик тестов	от 1 до 4
Нормативность	Минимальный уровень свернутости теста	от 1 до 4
	Максимальный уровень свернутости теста	от 1 до 4
	Среднее значение уровня свернутости теста	
	Длина теста	от 1 до 4
	Ширина теста	от 2 до 4
	Степень разветвленности теста	от 0,3 до 0,5
Валидность и надежность	Уровень альтернативности теста максимальный	от 0,3 до 0,5
	Уровень альтернативности теста минимальный	
	Уровень альтернативности теста средний	от 0 до 1
	Степень равномерности теста	от 1 до 4
	Уровень сложности теста максимальный	от 1 до 4
	Уровень сложности теста минимальный	от 0,3 до 0,6
Направленность на обучение	Степень направленности на обучение	

Следовательно, мы можем дать следующее определение.

Качество обучающего теста – это величина, описывающая совокупность взаимосвязанных параметров обучающего теста, характеризующих его свойства: валидность, надежность, нормативность, направленность на обучение.

Для того чтобы судить об уровне качества создаваемого обучающего теста, необходимо обосновать требования к идеальным значениям этого качества, относительно которых мы и будем рассматривать все последующие.

Таблица 6

q_1	Минимальный уровень свернутости теста
q_2	Максимальный уровень свернутости теста
q_3	Ширина теста
q_4	Степень разветвленности теста
q_5	Уровень альтернативности теста максимальный
q_6	Уровень альтернативности теста минимальный
q_7	Направленность на обучение теста
q_8	Сложность теста минимальная
q_9	Сложность теста максимальная
q_{10}	Степень равномерности теста
q_{11}	Среднее значение уровня свернутости

Как было сказано ранее, степень равномерности по определению может в идеальном случае быть равной или 0 или 1, следовательно, разность между показателями равномерности теста q_1 и q_2 должна быть в идеальном случае равна 0 или 1, исключая вариант, когда $q_1 = 4$ и $q_2 = 4$, так как в этом случае тест не обладает свойством адаптации к различному уровню подготовленности учащегося и имеет лишь контролирующий характер. Тем самым, $q_1 = 1, 2, 3$ и $q_2 = 1, 2, 3, 4$.

Также было показано, что оптимальное количество рассматриваемых в задаче характеристик должно быть равно 3. Поэтому $q_3 = 3$ и $q_4 = 3$.

Что касается параметров q_5 и $q_6, 10$ в том же пункте данной работы было отмечено, что такие значения данных показателей понижают степень угадывания ответа и повышают освоенность выбора учащегося. Следовательно, нормативными значениями для этих параметров целесообразно взять $q_5 = 0,3$ и $q_6 = 0,3$.

Из данного перечня параметров качества мы выбираем статистически независимые показатели, которыми являются: *среднее значение уровня свернутости, среднее значение уровня альтернативности, среднее значение уровня сложности теста, направленность на обучение, ширина и степень разветвленности.*

Для того чтобы привести параметры в одно измерительное пространство, воспользуемся формулой линейной нормализации:

$$y = \frac{x - a}{b - a}, \text{ где } x \text{ текущее значение параметра в интервале допустимых}$$

для него значений $[a; b]$.

Если изобразить графически, то кривая идеального теста будет выглядеть следующим образом (обозначено красной пунктирной линией на рис. 2). А график приведенного выше теста будет изображен синим пунктиром.



Рис. 2. Область качества обучающего теста

Так, судя по графику обучающего теста на рис.2 можно увидеть, что данный тест требует доработки по пятому параметру, который, в свою очередь, отвечает за *ширину теста*. Следовательно, если воспользоваться рекомендациями из табл. 7 по соответствующему пункту, то можно усовершенствовать качество данного обучающего теста.

Таблица 7

Характеристики тестов	Шкала допустимых значений	Получаемые значения	Рекомендация
Минимальный уровень свернутости теста	От 1 до 4	Равно 5	Для формирования умственного действия необходимо минимум два этапа
Максимальный уровень свернутости теста	От 1 до 4	Равно 5	Для формирования умственного действия необходимо минимум два этапа
Среднее значение уровня свернутости теста	От 1 до 4	1	Тест применим лишь на этапе изучения нового материала, так как тест содержит большое количество этапов формирования умственных действий
		$1 < \dots < 4$	Тест рекомендуется для этапа изучения нового материала и на этапе закрепления
		4	Тест применим на этапе закрепления изученного материала, так как отсутствуют промежуточные этапы формирования умственных действий

Степень разветвленности теста	От 2 до 4	1	Тест не является обучающим, необходимо минимум два пути решения
		выше 4	Не рекомендуется такое количество путей решения
Ширина теста	От 1 до 4	1	Высокая дифференцирующая способность теста относительно уровня знаний учащихся
		5 и выше	Низкая дифференцирующая способность теста относительно уровня знаний учащихся
Уровень альтернативности максимальный	От 0,3 до 0,5	До 0,3	В пункте №_ недостаточное количество верных альтернатив для ответа
		От 0,3 до 0,4	Ваш тест достаточно надежен
		От 0,4 до 0,5	Ваш тест имеет низкую надежность в пункте №_, но пригоден для использования
		От 0,5 и выше	Ваш тест в пункте №_ имеет высокую вероятность угадывания
Уровень альтернативности минимальный	от 0,3 до 0,5	До 0,3	
		От 0,3 до 0,4	Ваш тест достаточно валиден
		От 0,4 до 0,5	Ваш тест имеет низкую валидность в пункте №_, но пригоден для использования
		От 0,5 и выше	Ваш тест в пункте №_ имеет низкую валидность
Степень равномерности	от 0 до 1	от 0 до 1	Ваш тест равномерный – отвечает требованиям валидности и надежности по данному параметру
		выше 1	Тест неравномерный, с помощью него невозможно определить уровень знаний учащихся, так как тест невалиден. Результат выполнения данного теста будет неустойчив – тест ненадежен.
Сложность теста максимальная	От 4 до 1	От 5 до 4	Очень низкая надежность обучающего теста
		от 4 до 3	Достаточно приемлемая надежность обучающего теста
		от 3 до 2	Хорошая надежность обучающего теста
		от 2 до 1	Высокая надежность обучающего теста

Сложность теста минимальная	От 1 до 4	1–1,9	Обучающий тест рекомендуется для учащихся с «удовлетворительной» успеваемостью и ниже
		2–2,9	Обучающий тест рекомендуется для учащихся с «хорошей» и «удовлетворительной» успеваемостью
		3–3,9	Обучающий тест рекомендуется для учащихся с «отличной» и «хорошей» успеваемостью
		4	Обучающий тест рекомендуется для учащихся с «отличной» успеваемостью
Степень направленности на обучение	от 0,3 до 0,6	до 0,3	Тест носит преимущественно контролирующий характер
		от 0,3 до 0,6	Тест является обучающим, все понятия закреплены
		выше 0,6	В тесте некоторые понятия не имеют этапа закрепления

Таким образом, достижение заданного уровня качества обучающих тестов базируется на формализованных параметрах, лежащих в основе *автоматизации оценки качества обучающих тестов*, под которой будем понимать процесс обработки на базе информационных технологий значений параметров качества обучающих тестов для установления наилучшего сочетания их значений и вывода оценки качества.

§ 1.4. Требования к структуре и функционированию компонентов автоматизированной системы оценки качества обучающих тестов

На основании проведенного анализа научно-методических разработок в области оценки качества тестовых материалов таких авторов, как В. А. Кудинова [11], С. В. Окладниковой [15], П. А. Сивицкого [24] и др., мы можем сформулировать следующие требования к структуре и функционированию компонентов автоматизированной системы оценки качества обучающих тестов.

Система должна состоять из:

- интерфейса администратора;
- интерфейса пользователя;
- системы управления базами данных;
- банка данных;
- механизма ввода;
- механизма вывода;
- системы объяснения;

– системы помощи.

Запуск программы осуществляется через главный файл, содержащий процедуру вызова компонентов системы.

Разделение на интерфейс администратора и пользователя позволяет защитить данные, контролировать правомерность использования данного приложения.

Содержательной базой автоматизированной системы, на основе которой она создана, являются следующие источники: опубликованные издания, результаты научных исследований, информация экспертов в данной области, защита данных от повреждения и других действий обязательна.

На основании выявленных требований мы пришли к следующей структуре автоматизированной системы (рис. 3)

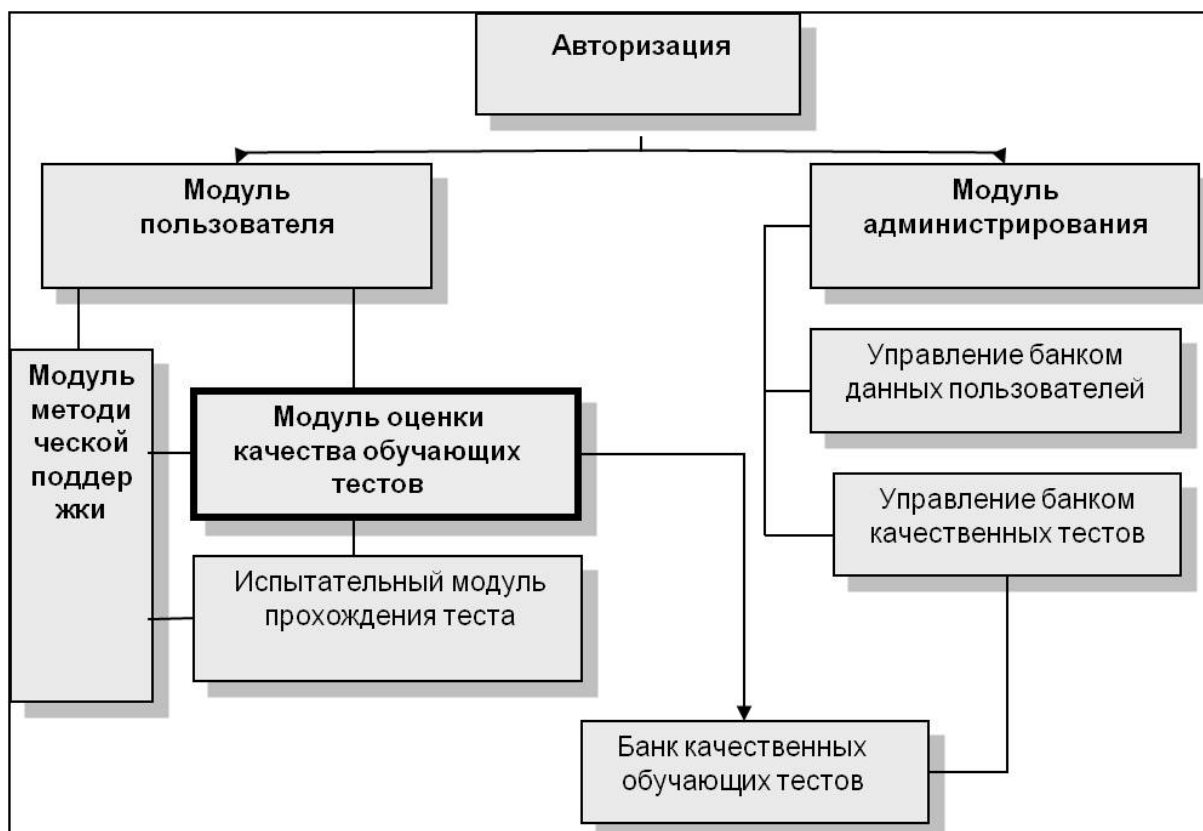


Рис. 3. Структурная схема автоматизированной системы оценки качества обучающих тестов «Autotest»

Далее мы более подробно рассмотрим описание каждого из этих модулей системы.

Модуль оценки качества обучающих тестов

Основным объектом в системе является блок – модуль оценки качества обучающих тестов. Он непосредственно обеспечивает процесс анализа и оценки качества тестов. Этот процесс осуществляется поэтапно (рис. 4):

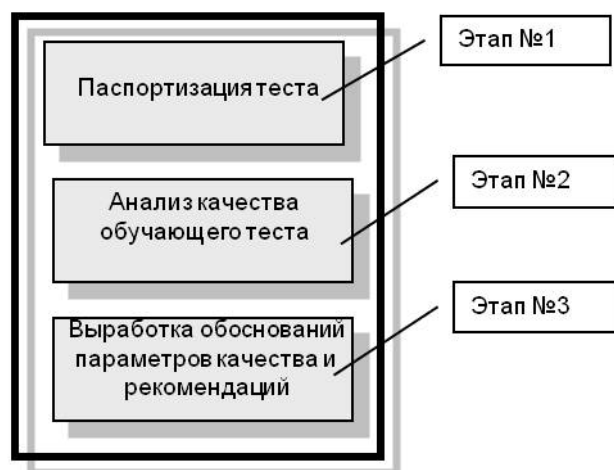


Рис. 4. Модуль оценки качества обучающих тестов

Этап № 1: паспортизация теста. На этом этапе по каждому сконструированному обучающему тесту на экран выводятся сведения по тесту в виде паспорта, который включает в себя параметры. При этом данные параметры подразделяются на три группы: первая группа – это параметры, отвечающие непосредственно за качество теста, вторая – это параметры, отвечающие за стратегию обучения, а третья – за направленность теста на обучение (содержание этих параметров раскрыто в §1.3.).

При этом параметры, отвечающие за валидность и надежность обучающего теста, подразделяются на две группы: первая группа – это параметры, отвечающие непосредственно за качество теста, и вторая – это параметры, отвечающие за стратегию обучения. К первой группе относятся такие параметры, как:

- уровень альтернативности теста минимальный;
- уровень альтернативности теста максимальный;
- степень равномерности теста.

Ко второй:

- уровень сложности теста максимальный;
- уровень сложности теста минимальный.

На основании второй группы параметров можно судить о том, для какого уровня подготовки учащихся может применяться тот или иной тест и насколько отличается по уровню трудности один обучающий тест от другого. А так как уровень сложности теста отвечает за адаптацию теста к уровню подготовленности учащегося, то по численному значению данного параметра можно судить о пригодности теста для использования учащимися данного уровня подготовленности. В случае успешного прохождения теста начального уровня сложности можно переходить к следующему уровню и т. д. Таким образом, педагог, ориентируясь по

данным показателям, может выстраивать индивидуальную стратегию обучения для каждого учащегося [27].

Этап № 2: анализ качества обучающего теста. На данном этапе осуществляется вторичная стандартизация теста на основе вывода общего показателя качества обучающего теста (содержание этого показателя раскрыто в §1.3.) в виде итоговой балльной оценки качества. По каждому из неудовлетворительных параметров предлагаются рекомендации по их улучшению.

Этап № 3: выработка обоснований параметров качества и рекомендаций. В помощь пользователю выводится список замечаний и рекомендаций по данному тесту, если необходима его корректировка по каким-либо параметрам.

Модуль обеспечения работоспособности системы

Другой составляющей автоматизированной системы является блок обеспечения работоспособности, в состав которого входят изображенные на схеме 3 модули.

Каждый из них в свою очередь отвечает за следующие операции.

Модуль оценки качества обучающего теста. С этого модуля начинается работа по созданию качественного обучающего теста. На первом этапе необходимо ввести общие данные теста: предмет, тема (раздел), формулировку задачи и количество пунктов в тесте (рис. 5).

Данные теста

Предмет: Алгебра

Количество пунктов в тесте: 8

Тема: Квадратные уравнения

Вид задачи:

- Просто текст
- Формула или формула с текстом

Задача: Решить уравнение : $x^2 - 2 \cdot x - 3 = 0$

OK Отмена

Рис. 5. Форма ввода данных теста

На втором этапе необходимо ввести данные теста в соответствующие поля формы. Номер закладки соответствует номеру задания теста (рис. 6).

Данные теста

Предмет: Алгебра
Тема: Квадратные уравнения
Задача: Решить уравнение: $x^2 - 2x - 3 = 0$

Количество пунктов: 8

Этап обучения: Текст/Формула

Кол-во вариантов	Текст вариантов	Переход на
3	нахождения корней	1
	нахождения дискриминанта	2
	использования формулы корней приведенного квадратного уравнения	7

Сохранить тест | Характеристики | Паспорт теста | Отмена

Рис. 6. Форма ввода текста заданий

Данные теста

Предмет: Алгебра
Количество пунктов в тесте: 16
Тема: Преобразование тригонометрических выражений
Вид задачи: Просто текст, Формула или формула с тестом
Задача: Доказать тождество: $1 + \operatorname{tg}^2 x + \frac{1}{\sin^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$

Если выбрали "просто текст", то введите в окно текст задачи и нажмите кнопку ОК.
Если выбрали "формула или формула с тестом", то нажмите на окне правую клавишу мыши и выберите "открыть" и после ввода текста задачи нажмите ОК.

ОК

Рис. 7. Вывод подсказок для пользователя

Ввод / редактирование данных обучающего теста. По введенным данным система проводит анализ и выводит соответствующие сведения, которые либо свидетельствуют о пригодности теста к использованию в образовательном процессе, либо просит доработать тест путем редактирования исходных данных в предыдущем модуле (рис. 8).

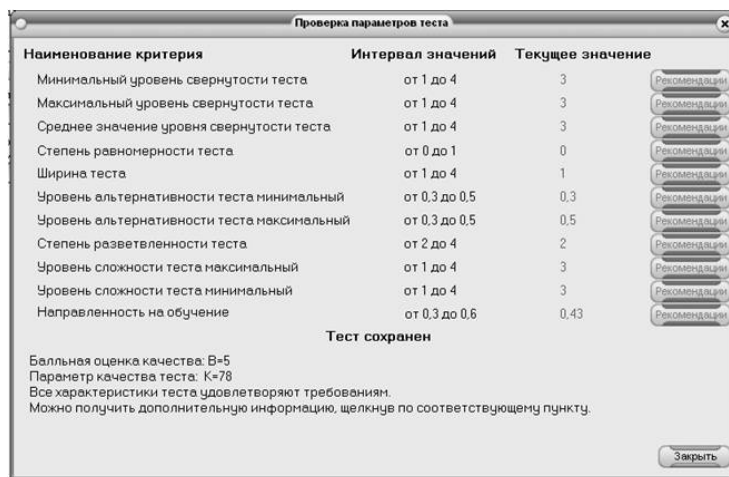


Рис. 8. Проверка параметров теста

Качественный обучающий тест. После прохождения повторного анализа отредактированных данных обучающего теста и получения соответствия параметров обучающего теста установленным критериям качества выводится на экран расширенные данные теста со всеми промежуточными вычислениями и результатами в виде итоговой формы (рис. 9).

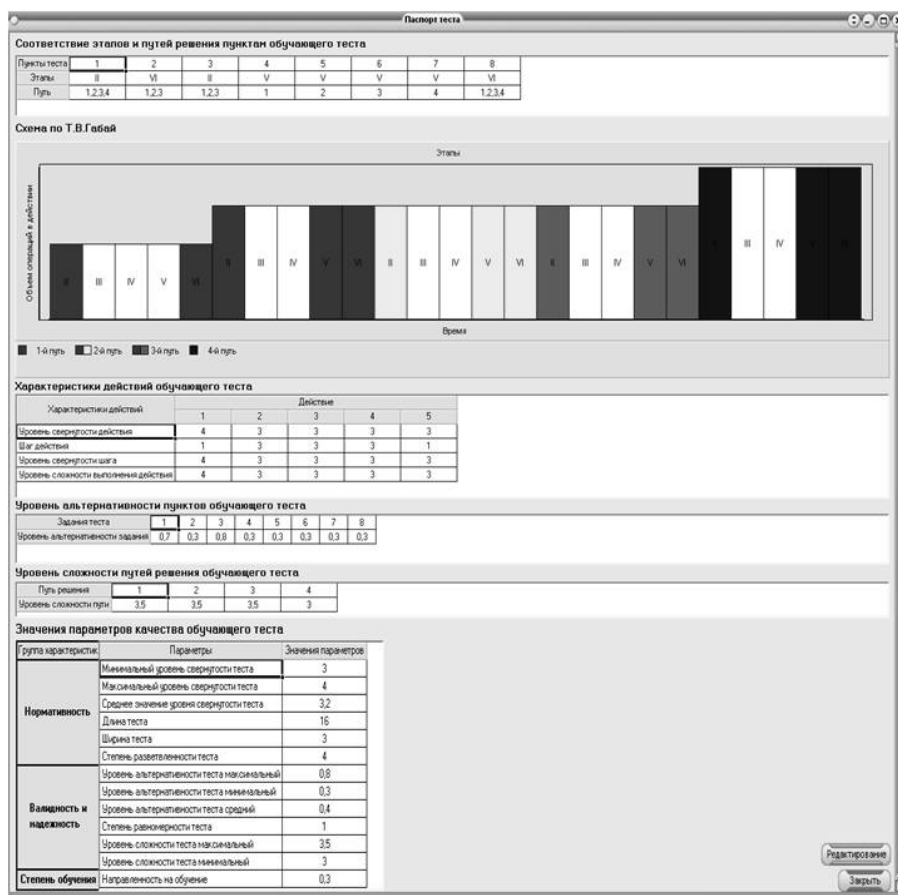


Рис. 9. Итоговая форма данных теста

Модуль банка качественных обучающих тестов. После того как система выдала сообщение о том, что тест удовлетворяет критериям интегративного показателя качества обучающего теста, он автоматически помещается в базу качественных обучающих тестов и становится доступен для использования.

Модуль прохождения качественного обучающего теста. Одно из удобств системы – это возможность прохождения теста, не покидая среды его разработки, таким образом, разработчик теста может выявить неточности, допущенные при разработке теста и своевременно их устранить.

Модуль методической поддержки. Необходимо отметить, что анализ средств автоматизации, используемых для обучения, позволяет говорить о необходимости методической поддержки для обеспечения комфортной работы пользователя в области обучения, а также наличия графического компонента для наглядного представления данных. Содержательной базой данного модуля автоматизированной системы являются следующие источники: опубликованные издания, результаты нашего диссертационного исследования, информация экспертов в данной области.

Вышесказанное определяет необходимость в программной реализации *автоматизированной системы оценки качества обучающих тестов*, осуществляющей автоматизацию вывода суждения о свойствах теста в форме оценки качества, сбор и хранение тестовых материалов, а также методических рекомендаций по улучшению качества и направлению применения обучающих тестов.

§ 1.5. Педагогико-эргономические требования к программной реализации автоматизированной системы оценки качества обучающих тестов

На основании анализа теоретических подходов к обучению учителей с помощью средств информационных и коммуникационных технологий таких авторов, как С. А. Жданов, В. А. Кастиорнова, А. Ю. Кравцова, О. Н. Лапчик, Н. И. Пак, Ю. А. Прозорова, И. В. Роберт, Г. Ю. Соколова, А. Н. Сырбу, А. А. Телегин, Д. А. Чеканов, А. Е. Шухман и др. были определены следующие педагогико-эргономические требования к автоматизированной системе, которые заключаются в том, что:

- информационное наполнение системы должно быть сообразно целям ее использования;
- должна обеспечиваться возможность автоматизации процессов сбора, обработки и накопления информации;
- интерфейс должен быть адаптирован для любого уровня информационной компетентности пользователя;

- должна обеспечиваться возможность индивидуального темпа работы с системой;
- должно быть обеспечено централизованное хранение разработанных тестовых материалов;
- должна быть обеспечена автоматизация вывода необходимой информации о тесте в печатном виде.

Программная реализация автоматизированной системы оценки качества обучающих тестов на основе модульной структуры (рис.4. п.1.4).будет осуществлена с помощью среды объектно-ориентированного программирования Delphi 7. По сравнению с традиционными способами программирования ООП обладает рядом преимуществ. Главное из них заключается в том, что эта среда в наибольшей степени соответствует внутренней логике функционирования операционной системы Windows. Программа, состоящая из отдельных объектов, отлично приспособлена к реагированию на события, происходящие в операционной системе. К другим преимуществам ООП можно отнести большую надежность кода и возможность повторного использования отработанных объектов.

Особенности решений на основе среды объектно-ориентированного программирования Delphi 7:

- безопасность – полномочия определяются ролями, гибкая система настройки прав и доступа к информации, двухуровневый контроль полномочий в системе;
- переносимость – система работает как в сети, так и в автономном (локальном) режиме;
- гибкость – легко подстраивается под индивидуальный темп работы пользователя;
- доступность – система, помимо понятного интерфейса, на каждом шаге объясняет пользователю последовательность, необходимых действий.

Помимо стандартного набора Delphi, также используется несколько сторонних компонентов:

- NiceGrid (более расширенные возможности, чем у стандартного компонента StringGrid);
- DBGridEh из набора компонент EhLib (предназначен для отображения данных из базы данных, обладает более расширенными возможностями, чем стандартный DBGrid);
- KrHint (расширяет возможности стандартного свойства Hint у визуальных компонентов, можно задавать цвет шрифта, цвет заднего фона и отображаемую форму подсказки);
- Business Skin Form (нужен для нестандартного оформления форм проекта и компонент).

База данных проекта основана на БД MS Access. Для связи проекта с базой используются компоненты Delphi ADO (чтобы облегчить работу с OLE DB, был создан дополнительный прикладной уровень, который полу-

чил название ADO (ActiveX Data Objects)). Работать с ADO существенно проще, чем с OLE DB. Технология ADO предназначена для прикладных программистов). Связь с базой данных происходит через один из провайдеров OLE DB – Microsoft.Jet.OLEDB.4.0.

В проекте, помимо работы с БД, также реализована возможность сжатия БД (очистки самой БД от удаленных записей), очистки БД (удаление всех записей в таблицах) и оптимизации БД (используется ADOX, т. е. что это такое. Вскоре после выпуска библиотеки ADO компания Microsoft создала для нее расширение, называемое ActiveX Data Objects Extensions, или просто ADOX, включающее большую часть функций DAO, которые не вошли в состав стандартной версии ADO, т. е. функции, позволяющие работать с БД на низком уровне, т. е. программно создавать их, создавать таблицы в них, изменять их и т. д.).

Под оптимизацией БД понимается следующее: программно создается еще одна база данных с тем же набором таблиц и полей в них. В таблицах используются поля счетчики, поэтому в новой БД все счетчики сбрасываются в 0, поэтому получается, что происходит реиндексации таблиц и их ключей.

Еще одна технология, которая используется в проекте, – это использование MS Word в качестве хранилища для экспортируемых тестов и для распечатки и сохранения паспорта и параметров самого теста. Это организуется через компоненты WordApplication и WordDocument вкладки Servers стандартной палитры компонентов Delphi. Сохраненные тесты содержат текст, таблицы и формулы (созданные через Редактор формул).

В проекте также есть возможность вводить и редактировать не только текст, но и формулы. Используется COM объект Microsoft Equation, который вызывается через универсальный компонент OleContainer. Этот компонент Delphi как раз и предназначен для того, чтобы вызывать и работать с установленными в системе приложениями, которые имеют COM интерфейсы.

Система автоматизированной оценки качества обучающих тестов Autotest – программное приложение, предназначенное для автоматизации разработки и выявления параметрических характеристик обучающих тестов.

Программное приложение устанавливается на сервер в локальной сети учреждения, доступ в нее имеют все преподаватели. При использовании системы в учреждении необходим компьютерный класс с подключением к локальной сети.

ГЛАВА 2

Методические подходы к обучению учителей математики в области оценки качества обучающих тестов с использованием автоматизированной системы

§ 2.1. Основные требования к уровню обученности учителей математики в области автоматизации оценки качества обучающих тестов

В нашем исследовании мы рассматриваем обучение учителей с использованием автоматизированной системы оценки качества обучающего теста. Под обучением учителей в области оценки качества обучающих тестов с использованием автоматизированной системы будем понимать процесс освоения теории и практики оценки качества обучающих тестов на базе информационных технологий, направленный на объективную оценку знаний учащихся.

Использование автоматизированной системы оценки качества обучающих тестов создает условия для удовлетворения информационных и технических потребностей как учителей математики в области обучающего тестирования, так и будущих учителей математики (студентов педагогических вузов) на основе оптимального использования информационных технологий

Выявление основных направлений обучения учителей математики в области оценки качества обучающих тестов на базе автоматизированной системы опирается на следующие знания, умения и навыки, необходимые для эффективного использования системы.

Знания в области принципов разработки обучающих тестов; параметров, влияющих на качество тестов, а именно

– существующих обучающих тестовых систем, их достоинства и недостатки;

– теории поэтапного формирования умственных действий П. Я. Гальперина ;

– теории развивающего обучения В. В. Давыдова;

– особенности структуры обучающего теста;

– технологии составления обучающего теста;

– параметров качества теста и технологию их расчета;

– влияния параметров качества на область применения теста.

Умения в области разработки обучающих тестов, используя знания о параметрах качества, влияющих на эффективность использования тестов, а именно:

– составлять качественные обучающие тесты;

– составлять тесты для определенной категории учащихся;

– составлять тесты заданной трудности.

Владение навыками оценки качества обучающих тестов на базе автоматизированной системы, а именно:

– применять автоматизированную систему для диагностики качества разрабатываемых тестов;

– применять методические рекомендации системы по улучшению качества обучающего теста.

Сформулированные выше основные требования к уровню обученности учителей математики в области автоматизированной оценки качества обучающих тестов задают целевые ориентиры, согласно которым должен выстраиваться процесс обучения учителей. Сам процесс обучения выстраивается в соответствии с основополагающими педагогическими принципами: наглядности, систематичности и последовательности, а также доступности. Как именно эти принципы реализуются в методике обучения учителей, видно из рассмотрения структуры и содержания предлагаемого нами курса обучения учителей, а также сопровождающих методических рекомендаций. Их описанию посвящены последующие параграфы работы.

§ 2.2. Структура и содержание курса обучения учителей математики в области автоматизации оценки качества обучающих тестов

Разработана структура и содержание курса обучения учителей математики в области автоматизации оценки качества обучающих тестов, состоящая из следующих разделов: основные теоретические подходы к рассмотрению обучающих тестов; параметры качества обучающих тестов и их определение; интерпретация результатов оценки качества обучающих тестов и их анализ для эффективного использования тестов в образовательном процессе; методика работы с автоматизированной системой оценки качества обучающих тестов; разработка и оценка качества обучающих тестов на базе автоматизированной системы.

На основании вышеизложенных направлений обучения была разработана программа курса «Автоматизация оценки качества обучающих тестов».

Основной *целью курса* «Автоматизация оценки качества обучающих тестов» является формирование знаний умений и навыков, необходимых для разработки качественных обучающих тестов и их эффективного использования в своей практической деятельности.

Задачи курса:

– формирование представления о различных технологиях тестового контроля результатов обучения;

– формирование понимания о необходимости владения технологиями обучающего тестирования;

- развитие умений по выбору адекватных технологий конструирования обучающих тестов;
- формирование умений прогнозировать возможные результаты проведения тестов;
- развитие практических умений по конструированию качественных обучающих тестов;
- получение навыков по использованию автоматизированной системы в области оценки качества обучающих тестов в соответствии с методическими рекомендациями.

Для реализации дифференцированного подхода к обучению учителей математики в области автоматизированной оценки качества обучающих тестов был выбран линейный подход к разработке программы данного курса.

Организационно курс обеспечивается следующим учебно-методическим комплексом: лекционные занятия, практические работы, зачетные работы.

Представим тематику, определяющую программу курса обучения «Автоматизация оценки качества обучающих тестов».

Содержание курса предполагает ознакомление обучающихся со следующими основными тематическими разделами базовой составляющей подготовки (таб. 8).

Таблица 8

№ п/п	Название раздела, темы	Трудоемкость	Распределение часов		
			Лекции	Практ. занятия	Самост. работа
1.	Основные теоретические подходы к рассмотрению обучающих тестов	14	2	2	10
2	Параметры качества обучающих тестов и их определение	12	2	4	6
3.	Интерпретация результатов оценки качества обучающих тестов и их анализ для эффективного использования тестов в образовательном процессе	12	2	4	6
4.	Методика работы с автоматизированной системой оценки качества обучающих тестов	12	2	4	6
ИТОГО:		66	10	20	36

Тема 1. Основные теоретические подходы к рассмотрению обучающих тестов

Тестовые системы, разработанные В. М. Кадневским. Обучающий тест-тренинг. Виды и принципы создания заданий обучающих тестов. Технология, разработанная П. П. Дьячуком, посвященная контролю планомерного усвоения умственных действий. Тесты учебной деятельности как разновидность обучающих тестов.

Тема 2 Параметры качества обучающих тестов и их определение

Структура обучающего теста. Параметры и характеристики обучающих тестов. Технология подсчета параметров. Допустимые значения для параметров качества.

Тема 3 Интерпретация результатов оценки качества обучающих тестов и их анализ для эффективного использования тестов в образовательном процессе

Допустимые значения для параметров качества. Диагностика применимости обучающего теста в зависимости от значений параметров качества.

Тема 4 Методика работы с автоматизированной системой оценки качества обучающих тестов

Практическое занятие по оценке качества обучающего теста и составление рекомендаций по его использованию.

Тема 5 Разработка и оценка качества обучающих тестов на базе автоматизированной системы

Практическое занятие по разработке обучающего теста, оценке его качества и улучшения качества с помощью рекомендаций системы (индивидуальный проект).

Программа курса «Автоматизация оценки качества обучающих тестов» рассчитана на 66 учебных часов. В программе определены знания, умения и навыки, которые определяют уровень обученности учителей математики в данной области и приведен перечень программного обеспечения курса.

Практическая часть курса предполагает использование персональных компьютеров. Минимальные системные требования: процессор – Pentium 400 МГц; оперативная память – 128 Мб; свободная память на жестком диске – 25 Мбайт свободного места; операционная система – Windows 98/Me/2000/XP; дополнительное программное обеспечение, Ms Word 2000, Ms PowerPoint 2003; дополнительные устройства – CD/DVD-ROM, видеокарта 4 Мбайт, клавиатура, мышь. Последнее составляет программное обеспечение курса, адекватно содержанию подготовки и линейной структуре курса.

§ 2.3. Методические рекомендации по применению автоматизированной системы оценки качества обучающих тестов

В данном параграфе рассмотрим методические рекомендации по использованию автоматизированной системы в области оценки качества обучающих тестов.

Для осуществления обучения с помощью автоматизированной системы необходимо оснастить учебный процесс соответствующим программным и аппаратным обеспечением, в частности, необходим компьютерный класс, желательно наличие в компьютерных классах мультимедийных проекторов и сенсорных досок SmartBoard. Такое обеспечение позволит организовать эффективный учебный процесс, включающий теоретические занятия с использованием мультимедийных установок и сетевых учебных материалов, а также практические занятия по освоению работы с автоматизированной системой оценки качества обучающих тестов.

Применение описанного выше программного обеспечения позволяет провести курс обучения учителей математики в области оценки качества обучающих тестов на базе автоматизированной системы. В рамках такого курса предполагается обучение посредством проверки теоретических знаний в виде тестирования и контроля практических навыков по разработке качественных обучающих тестов как с использованием, так и без автоматизированной системы.

Рассмотрим далее методические рекомендации по установке, настройке и применению автоматизированной системы оценки качества обучающих тестов, включающее:

- рекомендации по содержательному наполнению обучающих тестов и структурированию заданий в тесте;
- рекомендации по использованию обучающего теста в зависимости от значений параметров качества;
- описание направлений корректировки разработанных обучающих тестов на примере.

При установке системы в корневом каталоге создаются несколько директорий: admin (содержит модули административно-управленческого блока), client (содержит модули блока пользователя) и базы данных.

Для начала работы с автоматизированной системой необходимо зарегистрироваться.

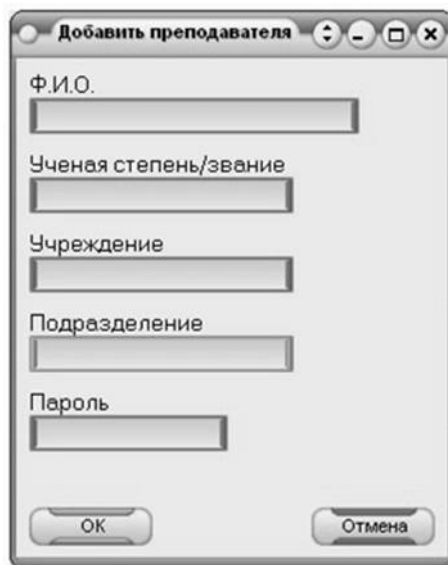


Рис. 11. Регистрационная форма

В данной форме заполняется ФИО преподавателя и пароль для входа в систему, также могут быть заполнены дополнительные параметры пользователя.

При выборе режима редактирования появляется такая же форма, но с уже заполненными данными. Администратор меняет требуемые параметры пользователя и сохраняет изменения. Также можно сменить пароль у пользователя.

При удалении пользователя появляется форма выбора пользователя. Перед удалением система спрашивает о необходимости удалить также и тесты этого пользователя. Если тесты требуется сохранить, то система удалит только пользователя, а его тесты будут видны остальным через список тестов в пункте «Безымянные», которые впоследствии администратором могут быть закреплены за существующими пользователями.

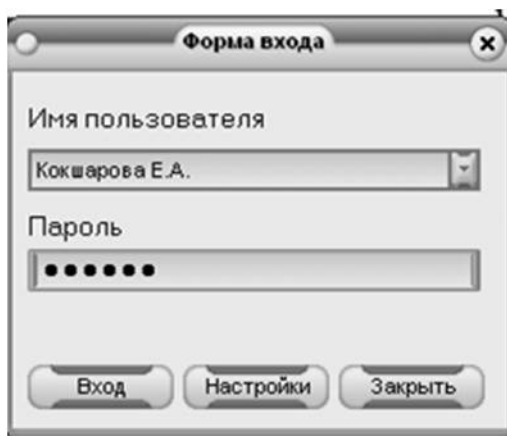


Рис. 12. Форма авторизации

Пункт «Настройка пути» нужен для того, чтобы настраивать путь до базы данных системы. В случае работы администратора в системе возможна смена пути для переноса базы данных в другое место.

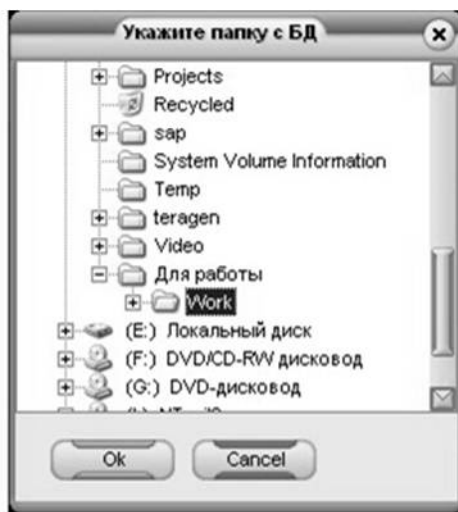


Рис. 13. Форма настройки пути

После этого система готова к использованию, и дальнейшие действия по содержательному наполнению выполняются через визуальный интерфейс.

Запуск программы осуществляется через главный файл, содержащий процедуру вызова компонентов системы.

Создание теста начинается с выбора пункта меню «Тест»→«Создать». При этом откроется форма для ввода первоначальных данных теста (рис. 14).

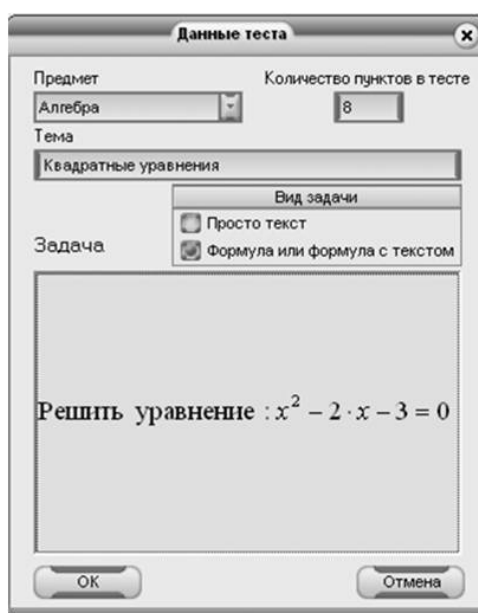


Рис. 14. Форма ввода данных теста

Здесь вводится либо выбирается предмет, по которому будет проводиться тестирование. Задается количество пунктов в тесте. Вводится тема тестирования, и ставится задача, которую требуется решить. Задача может быть представлена в виде текста или формулы (с текстом или без), это переключение производится в ограниченном поле «Вид задачи». При выборе «Формула или формула с текстом» форма ввода первоначальных данных немного видоизменится.

Для того чтобы ввести формулу, нужно щелкнуть правой кнопкой мыши по «посеревшей» области ввода задачи и выбрать «Открыть», чтобы перейти в стандартный редактор формул, поставляемый вместе с пакетом программ Microsoft Office.

После набора формулы или формулы с текстом выбирается пункт меню «Файл»→ «Возврат в». После этого введенную нами формулу можно будет наблюдать в окне «Данные теста».

После заполнения формы ввода первоначальных данных открывается следующая форма. Форма ввода данных самого теста.

Рис. 15. Форма наполнения теста

Количество вкладок на форме соответствует числу обозначенных пунктов теста, поэтому достаточно легко можно перемещаться по пунктам теста. На данной форме выбираются:

- этап обучения, соответствующий данному пункту теста;
- количество вариантов ответа на вопрос пункта;
- переходы на другие пункты теста в зависимости от правильности ответа.

Можно также в качестве вопроса пункта и/или варианта ответа ввести формулу (с текстом или без). Это переключение между формулой и текстом осуществляется путем выбора надписи «Текст/Формула» напротив нужного варианта или находящейся над наименованием пункта.

После ввода данных теста можно либо перейти на паспорт теста (нажав кнопку «Паспорт теста»), либо сохранить введенный тест (нажав кнопку «Сохранить тест»). При выборе кнопки «Паспорт теста» отобразится форма (рис 10, п.1.4.), которая отображает все необходимые характеристики обучающего теста, по которым можно судить о его целесообразности, правильности, легкости понимания.

Для чего нужны данные характеристики и как рассчитываются, можно прочитать в соответствующих пунктах данного файла помощи.

При сохранении происходит проверка характеристик введенного теста с эталоном. Такие проверки происходят при каждом нажатии на кнопку «Сохранить тест», т. е. тест может быть еще не завершенным, но сохранится в любом случае, чтобы позже можно было продолжить работу над ним.

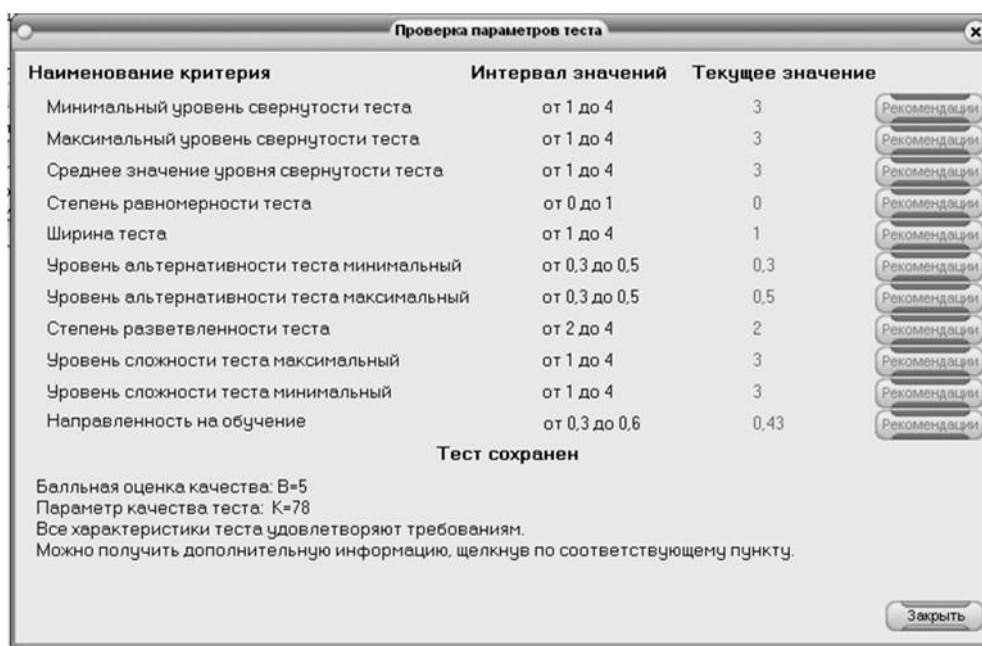


Рис. 16. Проверка параметров теста

На форме зеленым цветом отмечены характеристики теста, удовлетворяющие условиям эталонных значений, красным, соответственно, отмечаются значения, не удовлетворяющие условиям. Напротив значений, помеченных красным цветом, активируются кнопки «Рекомендации», нажав на которые можно получить совет по исправлению теста. Если же навести курсор на одно из наименований критерия, то курсор изменит свою форму, после чего следует сделать один щелчок

левой кнопкой мыши, и система даст дополнительные сведения по данному критерию (в зависимости от значения критерия дополнительная информация может менять свое содержание).

Внизу формы приводятся общие выводы по качеству теста.

Следует отметить, что программа предъявляет довольно жесткие требования к вводимым тестам, и до тех пор пока тест не будет удовлетворять эталонным значениям, он не будет помечен как качественный и не будет доступен на рабочих местах учеников.

После прохождения повторного анализа отредактированных данных обучающего теста и получения соответствия параметров обучающего теста установленным критериям качества выводятся на экран расширенные данные теста со всеми промежуточными вычислениями и результатами в виде итоговой формы. Одно из удобств системы – это возможность прохождения теста, не покидая среды его разработки. Разработчик теста, таким образом, может выявить неточности, допущенные при разработке теста и своевременно их устранить.

Еще одна технология, которая используется в проекте, – это использование MS Word в качестве хранилища для экспортируемых тестов и для распечатки и сохранения паспорта и параметров самого теста. Это организуется через компоненты Word Application и Word Document вкладки Servers стандартной палитры компонентов Delphi. Сохраненные тесты содержат текст, таблицы и формулы (созданные через Редактор формул).

Опишем модель учебной задачи, на основе которой можно сформировать у учащегося действие, направленное на решение данной задачи. Составляющие этой модели представим в соответствии с вышеперечисленными действиями.

1. Решение задачи, как правило, складывается из решения множества подзадач, среди которых выделяются два подмножества: первое – это самостоятельные этапы решения исходной задачи, второе – это подзадачи, возникающие в случае, если решающий, испытывая затруднения, разбивает какой-то этап решения на подэтапы, такие задачи являются вспомогательными по отношению к исходной задаче. Всякое решение предполагает поиск решения задачи, прежде всего с привлечением имеющихся у учащегося знаний.

2. Решение задачи начинается с выбора способа решения задачи.

3. Решение задачи происходит через создание ориентировочной основы действия на основе выбранного учащимся способа решения.

4. Решение задачи сформировано, когда завершено создание ориентировочной основы действия.

5. Решение задачи осуществляется, как выполнение цепочки взаимосвязанных действий в соответствии с ориентировочной основой действия.

6. Контроль над правильностью решения задачи, рефлексия способа ее решения и оценка рациональности этого способа являются неотъемлемой частью решения задачи.

В связи с вышесказанным опишем структуру теста учебной деятельности. Тест учебной деятельности состоит из двух частей.

Первая часть – назовем ее собственно обучающей – связана с недостатками в умении думать, анализировать задачу, в умении применять знания, то есть с недостатками в аналитико-синтетических операциях. Главная цель этой части – научить учащегося. Она включает в себя все содержание, реализующее то, что обучаемые должны знать согласно поставленным целям. Это содержание представляет собой достаточно полную и структурированную информацию, соответствующую вышеописанным параметрам теста учебной деятельности.

Вторая часть – условно назовем ее контролирующей³ – связана с выявлением имеющихся недостатков в знаниях. Главная функция этой части – установить усвоены или не усвоены знания, умения и навыки учащихся, полученные на предыдущем этапе обучения. Поэтому требования к составлению этой части обучающего теста могут быть ограничены требованиями к составлению тестов контроля результатов обучения. В частности, допускается введение такой альтернативы, как «Другой ответ», распространенной в подобных тестах.

Продемонстрируем описанную структуру теста на примере.

Здесь отрабатывается умение находить площадь ромба. Четыре из восьми пунктов теста представляют собой обучающую часть, а четыре – контролирующую. Рассмотрим их.

Обучающая часть – это пункты 1, 2, 3 и 5.

1. Для решения задачи нужно использовать следующие сведения о ромбе:

А. Определение ромба переходите к Д 1

Б. Свойство диагоналей ромба переходите к Д 2

В. Формулу площади ромба переходите к Д 3

Г. Существование вписанной в ромб окружности переходите к Д 4

Д 1. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 2.

Д 2. Подумайте, сможете ли Вы извлечь информацию о диагоналях из условия задачи сразу, и вернитесь к п. 1.

Д 3. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 7.

³ Понятно, что тест в любой своей части является контролирующим, но в одном случае речь идет о контроле процесса формирования учебного действия (эту часть мы и назвали обучающей) и контроле результатов обучения – ее-то мы и называем для краткости контролирующей.

Д 4. Подумайте, сможете ли Вы извлечь информацию о вписанной окружности из условия задачи сразу, вернитесь к п. 1.

2. Вспомните определение ромба и выберите, какой информации достаточно, чтобы продолжить решение задачи:

А. Равенство всех сторон переходите к Д 5

Б. То, что ромб является параллелограммом переходите к Д 6

В. Одновременно и равенство всех его сторон, и то, что ромб является параллелограммом переходите к Д 7

Д 5. Подумайте, сможете ли Вы, используя только равенство сторон, найти площадь, переходите к п. 2.

Д 6. Подумайте, сможете ли Вы, используя только свойство «быть параллелограммом», найти площадь, переходите к п. 2.

Д 7. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 3.

3. Что дает Вам знание, что ромб – это параллелограмм:

А. Возможность разбить его диагональю на два равных треугольника переходите к Д 8

Б. Возможность использовать формулу для площади параллелограмма переходите к Д 9

В. Найти все углы ромба переходите к Д 10

Д 8. Вспомните, как получалась формула для площади треугольника, переходите к п. 3.

Д 9. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 4.

Д 10. Подумайте, будет ли Вам полезна информация об остальных углах ромба, переходите к п. 3

5. Как найти высоту ромба:

А. Рассмотреть подходящий прямоугольный треугольник переходите к Д 14

Б. Воспользоваться тем, что высота равна диаметру вписанной в ромб окружности переходите к Д 15

Д 14. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 6.

Д 15. Подумайте, сможете ли Вы сразу получить диаметр вписанной окружности, переходите к п. 5.

Контролирующая часть – это пункты 4, 6, 7 и 8.

4. Какова формула площади параллелограмма, которой Вы намерены воспользоваться:

А. Удвоенное произведение двух смежных сторон на синус угла между ними переходите к Д 11

Б. Половине произведения двух смежных сторон на синус угла между ними переходите к Д 11

В. Произведение стороны параллелограмма на высоту, опущенную на эту сторону переходите к Д 12

Г. Произведение двух смежных сторон на косинус угла между ними переходите к Д 11

Д. Произведение двух смежных сторон на синус угла между ними переходите к Д 13

Д 11. Это неверная формула для площади параллелограмма, переходите к п. 4.

Д 12. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта переходите к п. 7.

Д 13. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта переходите к п. 3

6. Пусть сторона ромба обозначена a , угол обозначен α . Тогда формула для высоты такова:

А. $\frac{a}{\cos \alpha}$ переходите к Д 16

Б. $a \cdot \cos \alpha$ переходите к Д 16

В. $a \cdot \sin \alpha$ переходите к Д 17

Д 16. Вспомните соотношение сторон в прямоугольном треугольнике, переходите к п. 6

Д 17. Ответ верный, запишите в тетрадь формулу и переходите к п. 7.

7. Пусть сторона ромба обозначена a , угол – α .

Тогда формула для площади ромба такова:

А. $a^2 \cdot \cos \alpha$ переходите к Д 18

Б. $\frac{1}{2} a^2 \cdot \sin \alpha$ переходите к Д 18

В. $a^2 \cdot \sin \alpha$ переходите к Д 19

Д 18. Это неверная формула для площади параллелограмма, переходите к п. 6.

Д 19. Ответ верный, запишите в тетрадь формулу и переходите к п. 8.

8. По полученной формуле подсчитайте ответ. Ответ к задаче таков.

А. $18 \cdot \sqrt{3}$ переходите к Д 20

Б. 18 переходите к Д 21

В. $18 \cdot \sqrt{3}$ переходите к Д 20

Д 20 Неверно, вероятно неверно найден синус угла, переходите к п. 8

Д 21. Ответ верный, запишите в тетрадь ответ к задаче.

На первом этапе происходит, прежде всего, актуализация знаний самих условий задачи, а именно – знаний определения ромба и (или) формулы для нахождения площади ромба. Вместо ответа на вопрос «Я не знаю, что делать» учащийся будет решать проблему выбора предстоящего решения. Потенциальное знание превращается в актуальное.

Напомним, что в данном тесте три пути решения. Один из путей решения – через формулу площади ромба. В первом пункте (обучающая часть) мы предусматриваем этот вариант решения. В седьмом пункте (контролирующая часть) мы проверяем знание формулы площади ромба, которая была изучена ранее.

Другие два пути решения – через определение ромба. В первом случае собственно обучение происходит на первом, втором и третьем этапах, где учащийся, во-первых, выбирает путь (первый этап), во-вторых, вспоминает определение ромба (второй этап), в-третьих, демонстрирует умение применять определение ромба (третий этап). Контроль происходит на четвертом этапе, где требуется продемонстрировать знание формулы площади параллелограмма, которая была изучена ранее. Во втором случае обучение происходит, когда учащийся выполняет пятый пункт – он осмысливает нахождение высоты ромба, этот процесс контролируется в следующем – шестом пункте.

Контроль каждого пути решения завершается последними двумя (седьмым и восьмым) пунктами.

По данному тесту автоматизированной системой были выведены следующие данные (табл. 8).

Таблица 8

Соответствие этапов и путей решения пунктам теста

Пункт тестового задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Этапы усвоения	II	III	III	IV	III	IV	V	VI
Путь решения	1, 2, 3	1, 2	1, 2	1, 2	1	1	1, 2, 3	1, 2, 3
Параметры						Значения параметров		
1. Минимальный уровень свернутости теста						3		
2. Максимальный уровень свернутости теста						4		
3. Среднее значение уровня свернутости теста						3,7		
4. Степень неравномерности теста						1		
5. Длина теста						11		
6. Ширина теста						1		
7. Уровень альтернативности теста максимальный						0,5		
8. Уровень альтернативности теста минимальный						0,33		
9. Уровень альтернативности теста средний						0,38		
10. Степень разветвленности теста						3		
11. Уровень сложности теста минимальный						3,6		
12. Степень направленности на обучение						0,5		

Он был квалифицирован как качественный, а по поводу его применения были следующие рекомендации:

Согласно таблице, в §1.3. по показателю сложности он подойдет учащимся с хорошей и отличной успеваемостью, по уровню свернутости тест рекомендуется для этапа изучения нового материала и на этапе

закрепления. Так как ширина теста равна единице, то данный тест обладает высокой дифференцирующей способностью относительно уровня знаний учащихся, т. е. этот тест в результате его использования предоставит достаточно объективную картину обученности учащихся.

В результате работы с автоматизированной системой оценки качества нами были проверены и занесены в банк данных несколько разработанных обучающих тестов по математике, которые представлены в приложении. Они были квалифицированы как качественные и могут быть использованы в образовательном процессе.

Таким образом, нами разработаны методические рекомендации по использованию автоматизированной системы оценки качества обучающих тестов, содержащие рекомендации по содержательному наполнению обучающих тестов и структурированию заданий в тесте; рекомендации по использованию обучающего теста в зависимости от значений параметров качества; а также описание направлений корректировки разработанных обучающих тестов на примере.

§ 2.4. Экспериментальная проверка уровня обученности учителей математики в области оценки качества обучающих тестов на базе автоматизированной системы

В данном параграфе приведем пример эксперимента, цель которого заключалась в оценке уровня обученности учителей математики в области оценки качества обучающих тестов на базе автоматизированной системы в рамках курса «Автоматизация оценки качества обучающих тестов».

Для оценки результатов подготовки по предложенной дисциплине зададим теоретические уровни обученности. В качестве критерия для выделения уровней обученности, основываясь на исследованиях В. П. Беспалько [3], выберем степень самостоятельности и осознанности действий при информационной деятельности в области оценки качества обучающих тестов на базе автоматизированной системы. Вслед за П. Д. Волковым [4], Т. А. Лавиной [12], О. В. Синявиной [24], адаптировав предложенную В. П. Беспалько систему уровней освоения действий, выделим четыре теоретических уровня обученности использованию автоматизированной системы – репродуктивный, адаптивный, эвристический и творческий, выражающиеся в требованиях к знаниям умениям и навыкам (ЗУН) на каждом из них.

При репродуктивном усвоении обучаемый воспроизводит ранее усвоенную информацию (в речи или уме) о методах деятельности и в практически неизменном виде применяет ее для выполнения типовых действий. Мастерство выполнения действий, в свою очередь, зависит от полноты усвоения.

При продуктивном усвоении обучаемый не только воспроизводит ранее усвоенную информацию и применяет ее в деятельности, но преобразует ее для использования в нестандартных (нетиповых) условиях.

Первый уровень усвоения – знакомство – это узнавание изучаемых объектов и процессов при повторном восприятии ранее усвоенной информации о них или действий с ними, например, выделение изучаемого объекта из ряда предъявленных различных объектов. Условно деятельность первого уровня называют опознанием, а знания, лежащие в ее основе, – знания-знакомства.

Второй уровень – адаптивный – это воспроизведение усвоенных ранее знаний от буквальной копии до применения в типовых ситуациях. Примером могут служить такие действия, как воспроизведение информации по памяти; решение типовых задач (по усвоенному ранее образцу). Деятельность второго уровня условно называют воспроизведением, а знания, лежащие в ее основе, – знания-копии.

Третий уровень – эвристический – это такой уровень усвоения информации, при котором обучающиеся способны самостоятельно воспроизводить и преобразовывать усвоенную информацию для обсуждения известных объектов и применения ее в разнообразных нетиповых (реальных) ситуациях. При этом обучаемый способен генерировать субъективно новую (новую для него) информацию об изучаемых объектах и действиях с ними. Примерами достижения третьего уровня усвоения являются решение нетиповых задач, выбор подходящего алгоритма из набора ранее изученных алгоритмов для решения конкретной задачи. Деятельность третьего уровня условно называют применением, а знания, лежащие в ее основе, – знания-умения.

Четвертый уровень – творческий – это такой уровень владения учебным материалом темы, при котором обучаемый способен создавать объективно новую информацию (ранее неизвестную никому).

Применительно к процессу обучения учителей математики в области оценки качества обучающих тестов на базе автоматизированной системы достижение первого уровня усвоения (знакомство) соответствуют следующие требования к ЗУН: знание классификации педагогических тестов, умение их составлять и применять для контроля знаний учащихся.

Второму уровню усвоения соответствуют следующие требования к ЗУН: знание психолого-педагогических, методических требований к конструированию качественных обучающих тестов.

Третьему уровню соответствуют следующие требования к ЗУН: глубокие и прочные знания и умения в области теории, технологии разработки обучающих тестов и методических подходов к их адаптации и использованию различными категориями учащихся; использование для оценки качества обучающих тестов автоматизированной системы для решения поставленных педагогических задач; понимание методических

рекомендаций системы по улучшению качества обучающих тестов. Эвристический уровень характеризуется высокой степенью самостоятельности обучаемых и их направленностью на самообразование в данной области.

Творческому уровню соответствуют следующие требования к ЗУН: самостоятельная разработка и оценка качества обучающих тестов с помощью автоматизированной системы, удовлетворяющих психолого-педагогическим, методическим требованиям, либо создание новых подходов к оценке качества тестов. Для творческого уровня характерна полная самостоятельность деятельности, а также высокая мотивация по созданию и внедрению обучающих тестов в образовательный процесс.

Для соответствия определенным ранее требованиям к ЗУН обученных в области автоматизированной оценки качества обучающих тестов и достижения основной цели обучения большинство учителей должно достичь эвристического уровня обученности. Гипотеза эксперимента заключалась в следующем: если научно-методические подходы к обучению учителей математики в области автоматизации оценки качества обучающих тестов будут ориентированы на формирование: 1) знаний в области определения состава параметров характеристик качества обучающего теста по математике и требований к их значениям; 2) умений применять автоматизированную систему для оценки качества обучающих тестов в соответствии с методическими рекомендациями, то это повысит уровень обученности учителей в данной области.

Экспериментальная проверка уровня обученности учителей математики в области оценки качества обучающих тестов на базе автоматизированной системы в рамках курса «Автоматизация оценки качества обучающих тестов» проводилась в три этапа на базе МОУ СОШ № 23 г. Нижнего Тагила, ГОУ ВПО «Нижнетагильская государственная социально-педагогическая академия» и на базе ГОУ ВПО «Уральский государственный университет им. А. М. Горького» на факультете повышения квалификации преподавателей естественных наук. В эксперименте участвовало 19 учителей из экспериментальной группы и 27 – из контрольной. Для оценки результатов подготовки по предложенному курсу, адаптировав предложенную В. П. Беспалько систему уровней освоения действий, были заданы теоретические уровни обученности: репродуктивный, адаптивный, эвристический и творческий, выражающиеся в требованиях к знаниям, умениям и навыкам.

I этап заключался в проведении *констатирующего эксперимента*, задачей которого было определение первоначального уровня обученности учителей в области автоматизированной оценки качества обучающих тестов.

В качестве формы контроля для определения уровня обученности был выбран тест, состоящий из 2-х блоков вопросов, оцениваемых по 10-

балльной шкале, при этом 50 % вопросов второго блока соответствовало эвристическому уровню, а остальные репродуктивному и адаптивному.

Вопросы 1 блока (с 1 по 10) были направлены на проверку теоретических знаний, необходимых для овладения содержанием дисциплины «Автоматизация оценки качества обучающих тестов». Вопросы относились к разделам дисциплины «Автоматизация оценки качества обучающих тестов», входящим в базовый компонент подготовки:

- теоретические основы обучающего тестирования;
- методика применения обучающих тестов;
- основные принципы работы с автоматизированной системой;
- технология разработки обучающих тестов с помощью автоматизированной системы.

Вопросы 2 блока (с 11 по 20) были направлены на проверку теоретических знаний в области автоматизированной оценки качества обучающих тестов и относились к разделам, входящим в профильные разделы. При ответе на вопросы разрешалось пользоваться информацией, доступной через Интернет. Результаты тестирования по 1 и 2 блокам вопросов в экспериментальной и контрольной группах представлены на рисунках 10 и 11 соответственно.

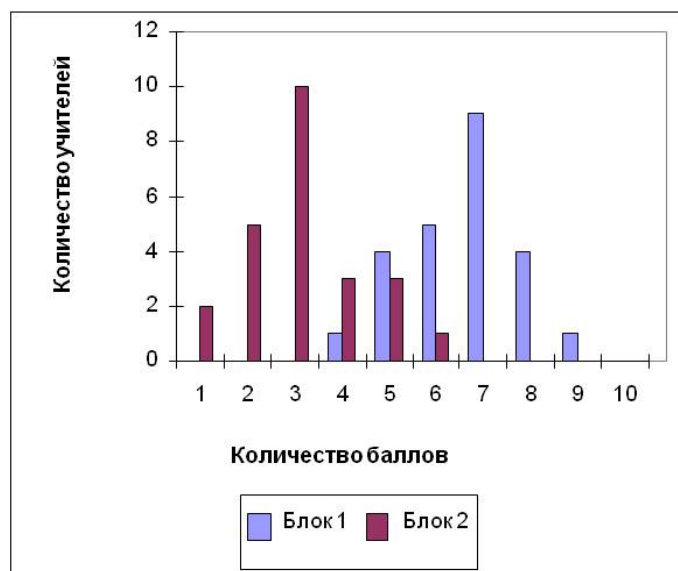


Рис. 17. Диаграмма, отражающая результаты тестирования в экспериментальной группе по первому и второму блокам вопросов

В экспериментальной группе среднее количество правильных ответов по первому блоку вопросов составило $\bar{x}_1 = \frac{1}{27} \sum_{i=1}^{27} x_{1i} = 6,58$ (больше 50 % баллов), где x_{1i} – количество вопросов первого блока, на которые i -ый учитель ответил правильно. При этом все учителя набрали выше одного балла. Можно сделать вывод, что все учителя обладают базовым запасом

теоретических знаний, необходимым для овладения содержанием дисциплины.

Однако среднее количество правильных ответов по второй группе вопросов составило $\bar{x}_2 = \frac{1}{27} \sum_{i=1}^{27} x_{2i} = 3,125$ (намного меньше 50 % баллов), где x_{2i} – количество вопросов второго блока, на которые i -ый учитель ответил правильно.

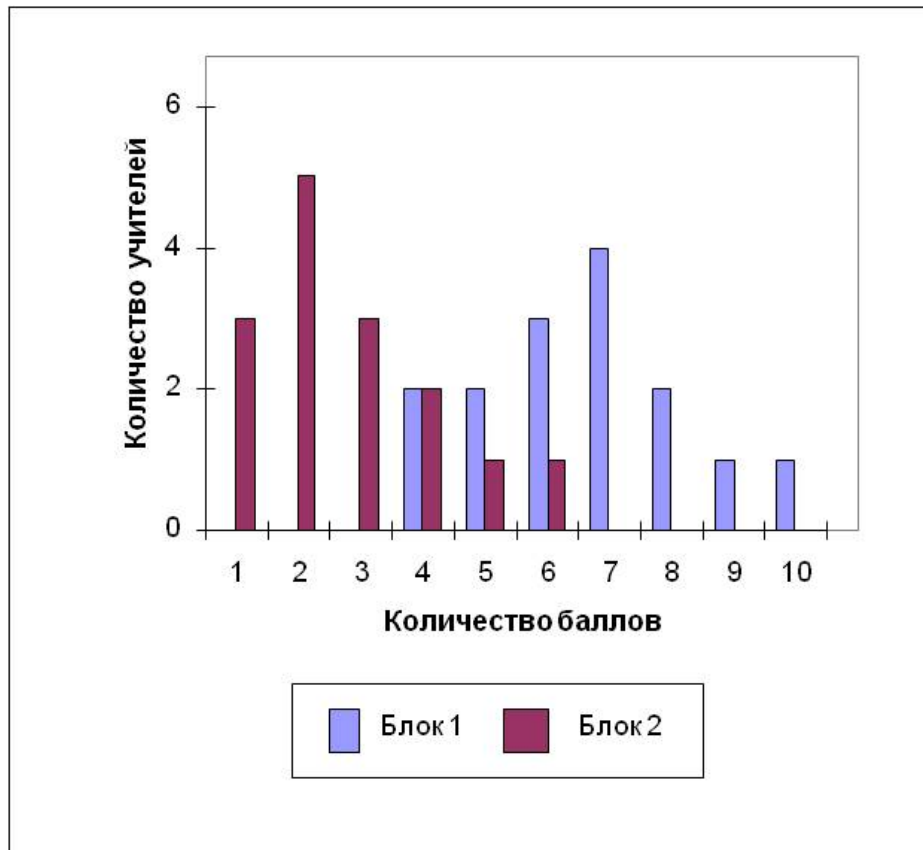


Рис. 18. Диаграмма, отражающая результаты тестирования в контрольной группе по первому и второму блокам вопросов

Среднее количество правильных ответов по первому блоку вопросов в контрольной группе составило $\bar{y}_1 = \frac{1}{19} \sum_{i=1}^{19} y_{1i} = 6,6$ (больше 50 % баллов), где y_{1i} – количество вопросов первого блока, на которые i -ый учитель ответил правильно. Среднее количество правильных ответов по второй группе вопросов составило $\bar{y}_2 = \frac{1}{19} \sum_{i=1}^{19} y_{2i} = 2,8$ (намного меньше 50 % баллов), где y_{2i} – количество вопросов второго блока, на которые i -ый учитель ответил правильно. Следовательно, учителя контрольной группы тоже имеют достаточный уровень знаний для овладения содержанием

дисциплины, но не имеют достаточных знаний для автоматизированной оценки качества обучающих тестов. Результаты констатирующего эксперимента показывают, что уровень теоретических знаний большинства учителей не соответствует эвристическому уровню обученности в области автоматизированной оценки качества обучающих тестов, что, соответственно, не позволяет им самостоятельно применять автоматизированную систему без подготовки в данной области.

Покажем, что обучаемые контрольной и экспериментальной групп принадлежат одной генеральной совокупности, т. е. различия в уровне подготовки носят случайный характер.

Для этого выдвинем нулевую гипотезу $H_0: F_1(x) = F_2(x)$ о том, что выборки однородны (имеют одинаковые функции распределения). Альтернативная гипотеза $H_1: F_1(x) \neq F_2(x)$ – обучаемые контрольной и экспериментальной групп принадлежат разным генеральным совокупностям.

Так как две выборки независимые и разного объема, то в качестве критерия проверки гипотезы используем двусторонний критерий Вилкоксона-Манна-Уитни (ВМУ) [9. С. 42].

n_1 – количество учителей в экспериментальной группе, n_2 – количество учителей в контрольной группе.

$$(1) T_{набл} = S - \frac{n(n+1)}{2}, \quad \text{где } S = \sum_{i=1}^n R_i, \quad n = \min\{n_1, n_2\} = 19, \quad R_i - \text{ранг,}$$

приписанный i -му объекту выборки с меньшим объемом (контрольная группа Y), ранжирование проводится по объединенной выборке $Z = X \cup Y$.

Просуммировав ранги выборки Y , получим $S = 282,5$.

Тогда критерий ВМУ $T_{набл} = 160,3$.

В педагогических исследованиях минимальным, общепринятым уровнем значимости считается $\alpha = 0,05$. Исходя из этого, рассчитаем границы критической области $W_{1-\alpha}$ и W_α :

$$(2) W_\alpha = \frac{n_1 n_2}{2} + Z_\alpha \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}, \quad \text{где } Z_\alpha = 1,96 \text{ [9].}$$

$$(3) W_{1-\alpha} = n_1 n_2 - W_\alpha \text{ [9].}$$

$$W_{1-\alpha} = 112,1; \quad W_\alpha = 247,89.$$

Поскольку $T_{набл}$ принадлежит критической области $[W_{1-\alpha}; W_\alpha]$, то экспериментальные данные согласуются с гипотезой H_0 и, следовательно, не дают оснований ее отвергнуть. Таким образом, с вероятностью 95 % учителя контрольной и экспериментальной групп принадлежат одной генеральной совокупности.

II этап – (обучающий эксперимент) состоял в проведении занятий в контрольной и экспериментальной группах в рамках курса «Автоматизация оценки качества обучающих тестов». Обучение учителей в области оценки качества обучающих тестов на базе автоматизированной

системы осуществлялось на базе МОУ СОШ № 23 г. Нижнего Тагила, ГОУ ВПО «Нижнетагильская государственная социально-педагогическая академия» и на базе ГОУ ВПО «Уральский государственный университет им. А.М. Горького» на факультете повышения квалификации преподавателей естественных наук. В контрольной группе обучение проводилось по такой же рабочей программе, как и в экспериментальной, но без использования автоматизированной системы оценки качества обучающих тестов в качестве средства обучения.

На III этапе эксперимента (контрольном) для оценки достигнутого учителями уровня обученности в экспериментальной группе использовались два вида итогового контроля: тест и учебный проект по оценке и корректировке обучающего теста с помощью автоматизированной системы, а в контрольной только тест, поскольку работа над качеством обучающего теста на базе автоматизированной системы была исключена из их подготовки.

Тест был рассчитан на одно занятие (2 часа) и содержал 10 заданий по практическому контролю знаний, умений и навыков, соответствующих адаптивному и эвристическому уровню обученности учителей в области автоматизированной оценки качества обучающих тестов. Оценивалось количество полностью выполненных заданий. Максимальная оценка за контрольную работу составляла 10 баллов. Результаты итогового тестирования в контрольной и экспериментальной группах представлены на рис. 19.

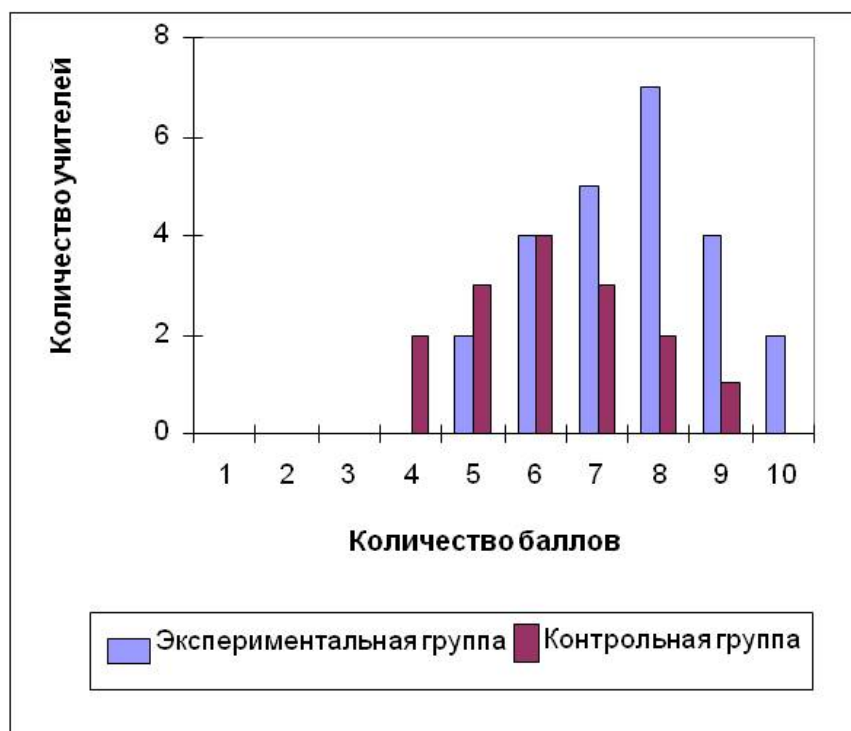


Рис. 19. Диаграмма, отражающая результаты контрольного тестирования в экспериментальной и контрольной группах.

Покажем, что после обучающего этапа эксперимента уровень обученности учителей в экспериментальной группе отличается от уровня в контрольной. Вновь воспользуемся критерием Вилкоксона-Манна-Уитни (ВМУ) и запишем гипотезы в следующем виде: $H_0: F_1(x) = F_2(x)$ – различия уровня подготовки учителей, прошедших обучение в ходе II этапа эксперимента в экспериментальной и контрольной группах носят случайный характер.

Альтернативная гипотеза $H_1: F_1(x) \neq F_2(x)$ – уровень обученности в экспериментальной группе отличается от уровня обученности в контрольной.

Используя те же формулы (1, 2, 3) и уровень значимости $\alpha=0,05$, что и в констатирующем эксперименте, получим:

$$S = 215,16;$$

$$T_{\text{набл}} = 95,16;$$

$$W_{\alpha} = 112,1; W_{1-\alpha} = 247,89.$$

Поскольку $T_{\text{набл}}$ не принадлежит области принятия гипотезы H_0 , то с вероятностью 95 % гипотеза H_0 отвергается и после обучающего этапа эксперимента учителя контрольной и экспериментальной групп принадлежат разным генеральным совокупностям.

Исходя из этого, определим, в какой из групп был достигнут более высокий уровень обученности. Для этого сравним средние баллы по экспериментальной и контрольной группам. Средний балл, набранный всеми учителями в экспериментальной группе за контрольный тест, составил $\bar{x} = \frac{1}{27} \sum_{i=1}^{27} x_i = 7,54$, где x_i – количество баллов, набранных i -м учителем экспериментальной группы. В контрольной группе средний балл за контрольный тест составил $\bar{y} = \frac{1}{19} \sum_{i=1}^{19} y_i = 6,2$, где y_i – количество баллов, набранных i -м учителем контрольной группы.

При сравнении с результатами констатирующего эксперимента по второму блоку вопросов видно, что в результате обучения этот показатель заметно увеличился (с 3,125 до 7,54 для экспериментальной группы и с 2,8 до 6,2 для контрольной). Поскольку после обучающего этапа эксперимента в экспериментальной группе средний балл оказался выше, чем в контрольной, и было показано, что с вероятностью 95 % они стали принадлежать разным генеральным совокупностям, то это дает основание говорить о том, что применение авторской автоматизированной системы для обучения и тестирования в качестве средства подготовки позволяет повысить уровень обученности учителей.

Для оценки уровня практических умений и навыков учителей в экспериментальной группе, а также их готовности к применению автоматизированной системы в профессиональной деятельности был осуществлен итоговый контроль в форме учебного проекта. При

выполнении учебного проекта обучаемые самостоятельно проводили корректировку своих обучающих тестов в соответствии с указанным системой направлением корректировки, а также разрабатывали обучающие тесты в соответствии с требованиями к их разработке, а также психолого-педагогических и методических требований к их использованию. В результате такой работы были представлены новые обучающие тесты в банке автоматизированной системы, а также описание направление их применения в сфере образования. Каждый разработанный обучающий тест оценивался по десятибалльной шкале по следующим параметрам, отражающим требования к их разработке: обучаемый получал до 5 баллов, если обучающий тест соответствовал психолого-педагогическим, методическим требованиям к его качеству, и еще до 5 баллов оценивалось содержательное наполнение обучающего теста и качество рекомендаций по применению разработанного теста. На разработку учебного проекта было выделено 5 занятий (10 часов). Средний балл, набранный всеми обучаемыми в экспериментальной группе за учебный проект, составил

$\bar{z} = \frac{1}{27} \sum_{i=1}^{27} z_i = 8,16$, где z_i – количество баллов, набранных i -м учителем. При

этом все студенты получили выше 5-и баллов, что свидетельствует о сформированности необходимых знаний, умений и навыков по всем четырем направлениям подготовки. Результаты оценивания учебных проектов представлены на рис. 20.

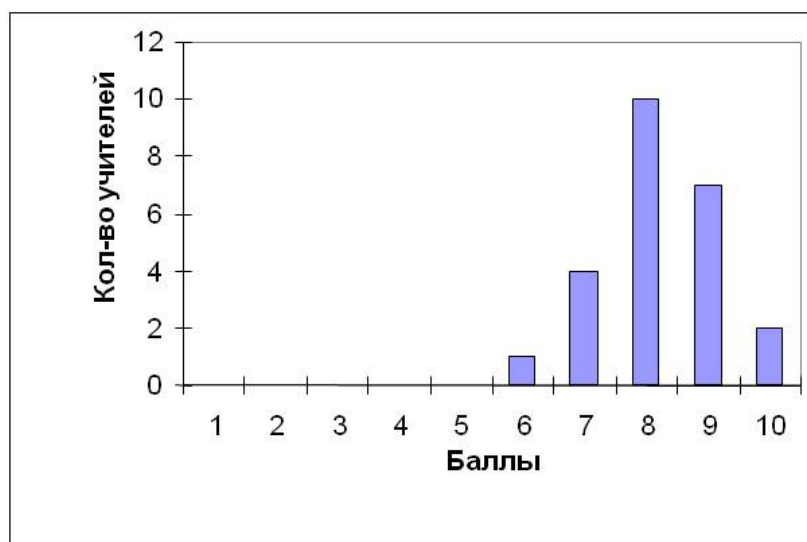


Рис. 20. Диаграмма, отражающая результаты учебного проекта

Таким образом, количество обучаемых, получивших за учебный проект более 7 баллов (эвристический уровень), составило 23 человека из общего количества 27 человек, что составляет 85 %. Это позволяет сделать вывод о том, что при подготовке проведенного в ходе второго этапа

эксперимента у большинства обучаемых сформировалась готовность к автоматизированной оценке качества обучающих тестов в профессиональной деятельности, а также был создан базовый запас знаний, умений и навыков, необходимый для самообразования в области автоматизированной оценки качества обучающих тестов.

Получим теперь оценку показателя обученности для обучаемых генеральной совокупности на основании проведенного выборочного исследования. Для этого рассчитаем ошибку репрезентативности выборки [9. С. 45]:

$$(4) m_p = \pm \sqrt{\frac{pq}{n}} = \pm \sqrt{\frac{85 \times 15}{27}} = \pm 6,9\%, \text{ где}$$

p – частота признака в изучаемой совокупности (85 %);

q – альтернативный “р” показатель (100 % – 85 % = 15 %);

n – число наблюдений (27).

При уровне значимости $\alpha=0,05$ по таблице значений критерия Стьюдента определяем $t_{\text{табл}}=2,0639$.

Рассчитаем вероятность достижения эвристического уровня ЗУН в генеральной совокупности (т. е. всеми студентами, проходящими обучение в рамках данной дисциплины):

$$P_{\text{ген}} = P_{\text{выб}} \pm t_{\text{табл}} * m_p = 85 \% \pm 2,051 * 6,9 \% = 85 \% \pm 14,1 \% [9. С. 49]$$

По данным выборочного исследования, в генеральной совокупности эвристического уровня овладения работой с автоматизированной системой после обучения по предложенному курсу с вероятностью 95 % достигнут от 70,9 % до 99,1 % учителей, т. е. более 70 %. Это позволяет предположить, что проведение обучения с применением предложенных методических подходов позволит большинству обучаемых достичь эвристического уровня обученности в области автоматизированной оценки качества обучающих тестов.

Таким образом, в данном параграфе было описано проведение педагогического эксперимента по оценке уровня обученности учителей математики в области автоматизированной оценки качества обучающих тестов. Для оценки эффективности обучения теоретически выделено 4 уровня обученности: репродуктивный, адаптивный, эвристический и творческий. В качестве критериев проверки выбраны статистические методы, адекватные условиям проведения эксперимента: критерий Вилкоксона-Манна-Уитни, обусловленный независимостью и разным объемом выборок экспериментальной и контрольной групп, и t-критерий Стьюдента для оценки обученности учителей генеральной совокупности по данным выборочного исследования. Результаты эксперимента позволили сделать вывод о том, что обучение в рамках предложенного курса на базе авторской автоматизированной системы в качестве вспомогательного средства обучения позволило создать необходимый базовый запас знаний, умений и навыков учителей, необходимый для

самообразования в автоматизированной оценке качества обучающих тестов, сформировать готовность специалистов в области автоматизированной оценки качества обучающих тестов к применению тестов в профессиональной деятельности, а также с вероятностью 95 % большинству обучаемых (более 70 %) достичь эвристического уровня знаний, умений и навыков в области автоматизированной оценки качества обучающих тестов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный анализ научно-методических исследований в области современного состояния, перспектив разработки и использования средств оценивания качества педагогических тестов, реализованных на базе информационных технологий, показал, что основная часть разработок в данной области направлена на осуществление автоматизации процесса некоторых промежуточных задач процедуры оценки качества, основанных преимущественно на обработке апостериорных данных, полученных после проведения апробации тестовых материалов на испытуемых. Установлено, что в области обучающего тестирования подобные системы оценки пока не разрабатывались. Выявлена необходимость разработки автоматизированной системы оценки качества обучающих тестов, назначением которой является обеспечение автоматизации деятельности по сбору, обработке и использованию информации в области оценки качества обучающих тестов.

Обоснован состав параметров характеристик качества обучающего теста, обоснованы и сформулированы требования к значениям параметров качества обучающих тестов. Для понятий «надежность» и «валидность» сделано уточнение их содержания применительно к обучающим тестам и обоснованы соответствующие параметры, отвечающие за уровень и характер усвоения учащимися изучаемого материала: *уровень сложности, степень равномерности, уровень альтернативности*; а также группа параметров, характеризующих нормативность обучающего теста: *уровень свернутости теста, длина, ширина, степень разветвленности и степень направленности теста на обучение*. Разработаны требования к значениям этих параметров. В результате проведенного анализа научных исследований в области педагогического тестирования нами были определены содержание понятий «обучающий тест» и «оценка качества обучающего теста».

Обоснованы требования к структуре автоматизированной системы оценки качества обучающих тестов, обоснованы требования к содержательному наполнению модулей автоматизированной системы оценки качества обучающих тестов. Содержательной базой автоматизированной системы, на основе которой она создана, являются следующие источники: опубликованные издания, результаты нашего диссертационного исследования, информация экспертов в данной области. Обоснованы требования к функционированию системы, обеспечивающей реализацию следующих действий: ввод и вывод, прием-передача необходимой информации от пользователей и администратора; обеспечение вариативности в наглядном представлении информации; методическая поддержка в области использования автоматизированной системы; назначение прав доступа к функциям и ресурсам.

Разработана программная реализация автоматизированной системы оценки качества обучающих тестов, основанная на модульной структуре и функционирующая на базе объектно-ориентированного языка программирования.

Разработана структура и содержание курса обучения учителей математики в области автоматизации оценки качества обучающих тестов, состоящая из следующих разделов: основные теоретические подходы к рассмотрению обучающих тестов; параметры качества обучающих тестов и их определение; интерпретация результатов оценки качества обучающих тестов и их анализ для эффективного использования тестов в образовательном процессе; методика работы с автоматизированной системой оценки качества; разработка и оценка качества обучающих тестов на базе автоматизированной системы.

Сформулированы требования к уровню обученности учителей математики в области применения автоматизации оценки качества обучающих тестов, определяющие основные: а) знания в области: принципов разработки обучающих тестов; параметров, влияющих на качество тестов; б) умения в области: разработки обучающих тестов, используя знания о параметрах качества, влияющих на эффективность использования тестов; в) владение навыками: оценки качества обучающих тестов на базе автоматизированной системы; использование методических рекомендаций по его улучшению.

Разработаны методические рекомендации по применению автоматизированной системы оценки качества обучающих тестов, содержащие: рекомендации по содержательному наполнению обучающих тестов и структурированию заданий в тесте, рекомендации по использованию обучающего теста в зависимости от значений параметров качества, а также описание направлений корректировки разработанных обучающих тестов.

БИБЛИОГРАФИЯ

1. Аванесов, В. С. Композиция тестовых заданий / В. С. Аванесов. – М. : Адепт, 1998. – 217 с.
2. Аванесов, В. С. Опыт построения теста для оценки знаний студентов / В. С. Аванесов, Б. В. Володин, В. И. Короза // Научная организация учебного процесса. Вып. 3. МИФИ, . 1 – М., 1976. – С.108–117.
3. Беспалько, В. П. Программированное обучение: Дидактические основы / В. П. Беспалько. – М. : Высшая школа, 1970. – 300 с.
4. Волков, П. Д. Разработка и использование сетевых информационных ресурсов образовательного назначения (на примере подготовки в рамках курса «Сетевые информационные системы в образовании») : дис. ...канд. пед. наук: 13.00.02 / П. Д. Волков. – Москва, 2007. – 159 с.
5. Вязовова, Е.В. Формирование когнитивной компетентности у учащихся на основе альтернативного выбора ученых действий (на примере обучения математике) / Е. В. Вязовова. – Нижний Тагил, 2009. – 140 с.
6. Габай, Т. В. Учебная деятельность и ее средства / Т. В. Габай. – М. : Изд-во Моск. ун-та, 1989. – 255 с.
7. Гальперин, П. Я., Талызина Н. Ф. Современное состояние теории поэтапного формирования умственных действий. – Вестник МГУ, серия 14. Психология. – М., 1979. – № 4. – С. 54–63.
8. Гершунский, Б. С. Прогнозирование в сфере образования: Теория и практика / Б. С. Гершунский, Рос.академ.обр-я. – М. : ИТПИМИО, 1994. – 209 с.
9. Грабарь, М. И. Применение математической статистики в педагогических исследованиях Непараметрические методы / М. И. Грабарь, К. А. Краснянская. – М. : Педагогика, 1977. – 273 с.
10. Кадневский, В. М. Генезис тестирования в истории отечественного образования : автореф. дис. ... д-ра пед. наук / В. М. Кадневский. – Томск, 2007.
11. Кудинов, В. А. Принципы построения и использования экспертных обучающих систем в курсе «Теоретические основы информатики» : дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 – теория и методика обучения информатике / В. А. Кудинов. – М., 2000. – 138 с
12. Лавина, Т. А. Содержание подготовки студентов педагогических вузов к применению современных информационных технологий в будущей профессиональной деятельности : дис. ... канд. пед. наук.13.00.02 / Т. А. Лавина. - М., 1996. – 161 с.
13. Майоров, А. Н. Тесты школьных достижений: Конструирование, проведение, использование / А. Н. Майоров. – М. : Народное образование. – 1997. – 253 с.

14. Майоров, А. Н. Теория и практика создания тестов для системы образования. (Как выбирать, создавать и использовать тесты для целей образования) / А. Н. Майоров. – М. : Народное образование, 2000. – 352 с.
15. Окладникова, С. В. Модели оценки качества тестовых материалов на этапе разработки : автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.13.10 / С. В. Окладникова. – Астрахань, 2008. – 21 с.
16. Пак, Н. И. Нелинейные технологии обучения в курсах информатики и информационных технологий : дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 / Н. И. Пак. – Красноярск, 2000 – 246 с.
17. Пермяков, О. Е. Формализация экспертного оценивания качества тестовых материалов с позиций системного подхода / О. В. Пермяков, О. А. Максимова // Вестник педагогических инноваций.– 2006. – № 3 (7). – С. 157–178.
18. Роберт, И. В. Современные информационные и коммуникационные технологии в системе среднего профессионального образования / И. В. Роберт. – М., 1999. – 80 с.
19. Роберт, И. В. Современные информационные технологии в образовании: дидактические проблемы; перспективы использования / И. В. Роберт. – М. : Школа-пресс, 1994
20. Рудинский, И. Д. Подготовка специалистов в области формально-структурного описания, исследования и организация педагогического тестирования знаний (на примере специализации «Автоматизированные системы педагогического контроля знаний» специальности «Прикладная информатика в образовании») : автореф. дис. ... д-ра пед. наук. 13.00.02 / И. Д. Рудинский. – М. : ИИО РАО, 2005. – 36 с.
21. Сеногноева, Н. А. Показатели тестов учебной деятельности как технологическая основа их конструирования / Н. А. Сеногноева // Открытое образование. – 2005. – № 4. – С. 19–26.
22. Сеногноева, Н. А. Обучающие тесты: Инновационная педагогическая технология: монография / Н. А. Сеногноева. – Нижний Тагил: Нижнетагильская государственная социально-педагогическая академия, 2005. – 155 с.
23. Сеногноева, Н. А. Технология конструирования тестов учебной деятельности как средства оценивания результатов обучения : дис. ... д-ра пед. наук / Н. А. Сеногноева. – Киров: ВГГУ, 2006. – 403 с.
24. Сивицкий, П. А. Методы оценки качества контролируемых материалов и повышение эффективности применения в адаптивных обучающих системах : автореф. на соискание ученой степени канд. тех. наук: 05.13.01 – системный анализ управление и обработка информации / П. А. Сивицкий. – Тула, 2006, 19 с.
25. Смолин, Д. В. Экспертная система для обучения – VIPES [Электронный ресурс].– Режим доступа: <http://altnet.ru/~mcsmall/index.htm>

26. Углев, В. А. Модели и методы построения систем обучающего компьютерного тестирования на основе экспертных систем с элементами нечеткой логики : автореф. ... канд. техн. наук: 05.13.11 / В. А. Углев. – Красноярск, 2009. – 19 с.

27. Чельшкова, М. Б. Теория и практика конструирования педагогических тестов. Уч. пособие / М. Б. Чельшкова. – М. : Логос, 2002. – 431 с.

28. Шухман, А. Е. Совершенствование содержания подготовки педагогических кадров к применению информационных и коммуникационных технологий в профессиональной деятельности : дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / А. Е. Шухман. - Москва, 2000. - 149 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Примеры обучающих тестов по математике

Тема «Применение теоремы Стюарта к решению задач»

Задача. В треугольнике ABC стороны $AB = c$, $BC = a$, $AC = b$. Вычислить длину медианы CM.

Для решения задачи выполните пункты в заданной последовательности, начиная с п. 1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Для решения задачи Вы будете:
 - А. Применять теорему косинусов переходите к Д1
 - Б. Достраивать $\triangle ABC$ до параллелограмма переходите к Д2
 - В. Применять теорему Стюарта переходите к Д3
 - Г. Применять метод площадей переходите к Д4
 - Д1. Такой путь возможен, переходите к п. 2
 - Д2. Такой путь возможен, переходите к п. 7
 - Д3. Такой путь возможен, переходите к п. 12
 - Д4. Подумайте, сможете ли Вы применить метод площадей для решения этой задачи, переходите к п. 1.
2. Теорему косинусов Вы будете применять для:
 - А. Треугольников ABC и ACM переходите к Д5
 - Б. Треугольников ABC и BMC переходите к Д5
 - В. Треугольника MCB переходите к Д6
 - Г. Треугольника ACM переходите к Д7
 - Д5. Такой путь возможен, переходите к п. 3
 - Д6. Подумайте, достаточно ли у Вас данных, чтобы применить теорему косинусов сразу для этого треугольника, переходите к п. 2
 - Д7. Подумайте, достаточно ли у Вас данных, чтобы применить теорему косинусов сразу для этого треугольника, переходите к п. 2.
3. Для треугольника ABC теорему косинусов Вы запишете:
 - А. $AC^2 = BC^2 + AB^2 - 2 \cdot BC \cdot AB \cdot \cos \angle ABC$ переходите к Д8
 - Б. $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos \angle CAB$ переходите к Д9
 - В. $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos \angle ACB$ переходите к Д10
 - Д8. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь, переходите к п. 4
 - Д9. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь, переходите к п. 5
 - Д10. Подумайте, если Вы найдете квадрат стороны AB, сможете ли продолжать решение, переходите к п. 3.
4. Для треугольника ACM теорему косинусов Вы записали так:

- А. $CM^2 = AM^2 + AC^2 - 2 \cdot AC \cdot AM \cdot \cos \angle CAM$ переходите к Д11
 Б. $AM^2 = AC^2 + CM^2 - 2 \cdot AC \cdot CM \cdot \cos \angle ACM$ переходите к Д12
 В. $AC^2 = AM^2 + CM^2 - 2 \cdot CM \cdot AM \cdot \cos \angle AMC$ переходите к Д13

Д11. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь, переходите к п. 6

Д12. Подумайте, сможете ли Вы найти $\cos \angle ACM$, переходите к п. 4

Д13. Подумайте, сможете ли Вы найти $\cos \angle AMC$, используя ранние рассуждения, переходите к п. 4.

5. Для треугольника MCB теорему косинусов Вы записали так:

- А. $MB^2 = MC^2 + BC^2 - 2 \cdot MC \cdot BC \cdot \cos \angle MCB$ переходите к Д14
 Б. $MC^2 = MB^2 + BC^2 - 2 \cdot MB \cdot BC \cdot \cos \angle MBC$ переходите к Д15
 В. $BC^2 = MB^2 + MC^2 - 2 \cdot MB \cdot MC \cdot \cos \angle CMB$ переходите к Д16

Д14. Подумайте, сможете ли Вы найти $\cos \angle MCB$, используя ранние рассуждения, переходите к п. 5

Д15. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь, переходите к п. 6

Д16. Подумайте, сможете ли Вы найти $\cos \angle CMB$, переходите к п. 5.

6. Используя данные задачи, все сделанные записи, найдите длину медианы CM . Ответ к задаче таков:

А. $CM = \frac{\sqrt{b^2 + a^2}}{2}$ переходите к Д17

Б. $CM = \sqrt{\frac{3c^2}{4} + \frac{b^2}{2} - \frac{a^2}{2}}$ переходите к Д18

В. $CM = \sqrt{\frac{b^2}{2} - \frac{c^2}{4} - \frac{a^2}{2}}$ переходите к Д19

Г. $CM = \sqrt{\frac{b^2}{2} + \frac{a^2}{2} - \frac{c^2}{4}} = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2a^2 - c^2}$ переходите к Д20

Д17. Проверьте, верно ли Вы возвели в квадрат $\frac{c}{2}$, переходите к п. 6

Д18. Проверьте, верно ли Вы сделали преобразования, переходите к п. 6

Д19. Проверьте, верно ли Вы выразили значение косинуса необходимого угла, переходите к п. 6

Д20. Ответ верный, запишите ответ в тетрадь. Задача решена. Подумайте, рационален ли этот способ, попробуйте решить задачу с помощью теоремы Стюарта, переходите к п. 13.

7. Треугольник ABC достроим до параллелограмма:
- А. ACA_1B , где $CA_1 \parallel AB$ и $AC \parallel BA_1$ переходите к Д21
- Б. AB_1CB , где $AB_1 \parallel BC$ и $AB \parallel B_1C$ переходите к Д21
- В. $ACBC_1$, удвоим медиану CM , $BC \parallel AC_1$, $AC \parallel BC_1$ переходите к Д22
- Д21. Подумайте, можно ли дальше решать задачу, используя такое построение, переходите к п. 7
- Д22. Такой путь возможен, сделайте необходимые построения в тетради, переходите к п. 8
8. Для нахождения медианы CM Вы будете использовать:
- А. Свойство параллелограмма: диагонали точкой пересечения делятся пополам переходите к Д23
- Б. Теорему: «Сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов всех его сторон» переходите к Д24
- В. Теорему косинусов для треугольников ABC и CBC₁ переходите к Д25
- Д23. Подумайте, сможете ли Вы дальше решать задачу, используя это утверждение, переходите к п. 8
- Д24. Такой путь возможен, запишите в тетрадь эту теорему для параллелограмма $ACBC_1$, переходите к п. 11
- Д25. Такой путь возможен, переходите к п. 9.
9. Для треугольника ABC теорему косинусов вы запишите:
- А. $AC^2 = BC^2 + AB^2 - 2 \cdot BC \cdot AB \cdot \cos \angle ABC$ переходите к Д26
- Б. $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos \angle CAB$ переходите к Д26
- В. $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos \angle ACB$ переходите к Д27
- Д26. Подумайте, если Вы найдете квадрат стороны AB^2 , сможете ли продолжать решение, переходите к п. 9
- Д27. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь, переходите к п. 10.
10. Для треугольника CBC₁ теорему косинусов вы запишите:
- А. $CC_{12} = BC_{12} + BC^2 - 2 \cdot BC \cdot BC_1 \cdot \cos \angle CBC_1$ переходите к Д28
- Б. $BC^2 = CC_{12} + BC_{12} - 2 \cdot CC_1 \cdot BC_1 \cdot \cos \angle CC_1B$ переходите к Д29
- В. $BC_{12} = CC_{12} + BC^2 - 2 \cdot CC_1 \cdot BC \cdot \cos \angle C_1CB$ переходите к Д30
- Д28. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь, переходите к п. 11
- Д29. Подумайте, рационален ли этот ход решения, сможете ли Вы найти $\cos \angle CC_1B$, переходите к п. 10
- Д30. Подумайте, рационален ли этот ход решения, сможете ли Вы найти $\cos \angle C_1CB$, переходите к п. 10.

11. Сделайте необходимые преобразования и найдите длину медианы CM , используя данные задачи. Ответ таков:

А. $CM = \sqrt{\frac{b^2}{2} + \frac{a^2}{2} - \frac{c^2}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2a^2 - c^2}$ переходите к Д31

Б. $CM = \sqrt{b^2 + a^2 - \frac{c^2}{2}}$ переходите к Д32

В. $CM = \sqrt{2b^2 + 2a^2 - c^2}$ переходите к Д33

Г. $CM = \frac{c}{2}$ переходите к Д34

Д31. Ответ верный, запишите ответ в тетрадь.

Задача решена. Подумайте, рационален ли этот способ, попробуйте решить задачу с помощью теоремы Стюарта, переходите к п. 12

Д32. Проверьте, верно ли Вы возвели в квадрат $2CM$, переходите к п. 11

Д33. Неверно, Вы, наверное, не учли, что $CC_1 = 2CM$ переходите к п. 11

Д34. Неверно, Вы, наверное, не учли, что $\angle CVC_1 = 180^\circ - \angle ACB$, $\cos \angle CVC_1 = \cos(180^\circ - \angle ACB) = -\cos \angle ACB$, переходите к п. 11.

12. Сформулируйте теорему Стюарта для треугольника ABC :

А. $CM^2 \cdot AB = AC^2 \cdot MB + BC^2 \cdot AM - AB \cdot AM \cdot MB$ переходите к Д36

Б. $CM^2 \cdot AB = AC^2 \cdot AM + BC^2 \cdot MB - AB \cdot AM \cdot MB$ переходите к Д35

В. $CM^2 \cdot AB = AC^2 \cdot MB + BC^2 \cdot AM - 2 \cdot AB \cdot AM \cdot MB$ переходите к Д35

Г. $CM \cdot MB = AC \cdot MB + BC \cdot AM - AB \cdot AM \cdot MB$ переходите к Д35

Д35. Проверьте, верно ли Вы записали теорему Стюарта, переходите к п. 12

Д36. Верно, запишите ответ в тетрадь, переходите к п. 13.

13. Сделайте необходимые преобразования, используя данные, и найдите длину медианы CM :

А. $CM = \sqrt{\frac{b^2}{2} + \frac{a^2}{2} - \frac{c^2}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2a^2 - c^2}$ переходите к Д37

Б. $CM = \sqrt{\frac{b^2}{2} + \frac{a^2}{2} - \frac{c^2}{2}}$ переходите к Д38

В. $CM = \sqrt{(b^2 + a^2)\frac{c}{2} - \frac{c^3}{4}}$ переходите к Д39

Д37. Верно, запишите ответ в тетрадь. Задача решена

Д38. Проверьте, возможно, Вы неверно вычислили

$$AM \cdot MB \cdot AM = \frac{c^3}{4}, \text{ переходите к п. 13}$$

Д39. Проверьте, возможно, Вы неверно сократили на c .
переходите к п. 13.

Тема «Ромб и его свойства»

Задача: Сторона ромба равна 6 см, а один из углов 150° . Найти площадь ромба.

Для решения задачи выполните пункты в заданной последовательности, начиная с п. 1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Для решения задачи нужно использовать следующие сведения о ромбе:

А. Определение ромба	переходите к Д1
Б. Свойство диагоналей ромба	переходите к Д2
В. Формулу площади ромба	переходите к Д3
Г. Существование вписанной в ромб окружности	переходите к Д4

 - Д1. Такой путь возможен, переходите к п. 2
 - Д2. Подумайте, сможете ли Вы извлечь информацию о диагоналях из условия задачи сразу, и вернитесь к п. 1
 - Д3. Такой путь возможен, переходите к п. 7
 - Д4. Подумайте, сможете ли Вы извлечь информацию о вписанной окружности из условия задачи сразу, вернитесь к п. 1
2. Вспомните определение ромба и выберите, какой информации достаточно, чтобы продолжить решение задачи:

А. Равенство всех сторон	переходите к Д5
Б. То, что ромб является параллелограммом	переходите к Д6
В. Одновременно и равенство всех его сторон, и то, что ромб является параллелограммом	переходите к Д7

 - Д5. Подумайте, сможете ли Вы, используя только равенство сторон, найти площадь, переходите к п. 2
 - Д6. Подумайте, сможете ли Вы, используя только свойство «быть параллелограммом», найти площадь, переходите к п. 2
 - Д7. Такой путь возможен, запишите в тетрадь нужные для решения задачи свойства ромба и переходите к п. 3.
3. Что дает Вам знание, что ромб – это параллелограмм:

А. Возможность разбить его диагональю на два равных треугольника	переходите к Д8
Б. Возможность использовать формулу для площади параллелограмма	переходите к Д9

- В. Возможность найти все углы ромба переходите к Д10
 Д8. Вспомните, как получалась формула для площади
 треугольника, переходите к п. 3
 Д9. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос
 пункта и переходите к п. 4
 Д10. Подумайте, будет ли Вам полезна информация
 об остальных углах ромба, переходите к п. 3
4. Какова формула площади параллелограмма, которой Вы
 намерены воспользоваться:
- А. Удвоенное произведение двух смежных
 сторон на синус угла между ними переходите к Д11
 Б. Половина произведения двух смежных
 сторон на синус угла между ними переходите к Д11
 В. Произведение стороны параллелограмма
 на высоту, опущенную на эту сторону переходите к Д12
 Г. Произведение двух смежных сторон
 на косинус угла между ними переходите к Д11
 Д. произведение двух смежных сторон на
 синус угла между ними переходите к Д13
- Д11. Это неверная формула для площади параллелограмма,
 переходите к п. 4
 Д12. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на
 вопрос пункта и переходите к п. 7
 Д13. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на
 вопрос пункта и переходите к п. 5
5. Как найти высоту ромба:
- А. Рассмотреть подходящий прямоугольный треугольник
переходите к Д14
 Б. Воспользоваться тем, что высота равна диаметру вписанной в
 ромб окружности переходите к Д15
- Д14. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на
 вопрос пункта и переходите к п. 6
 Д15. Подумайте, сможете ли Вы сразу получить диаметр
 вписанной окружности, переходите к п. 5.
6. Пусть сторона ромба обозначена a , а угол – α . Тогда
 формула для высоты такова:
- $$\frac{a}{\cos \alpha}$$
- А. $\frac{a}{\cos \alpha}$ переходите к Д16
 Б. $a \cdot \cos \alpha$ переходите к Д16
 В. $a \cdot \sin \alpha$ переходите к Д17

- Д16. Вспомните соотношение сторон в прямоугольном треугольнике, переходите к п. 6
- Д17. Ответ верный, запишите в тетрадь формулу, переходите к п.7.
7. Пусть сторона ромба обозначена a , угол – α . Тогда формула для площади ромба такова:
- А. $a^2 \cdot \cos \alpha$ переходите к Д18
- Б. $\frac{1}{2}a^2 \cdot \sin \alpha$ переходите к Д18
- В. $a^2 \cdot \sin \alpha$ переходите к Д19
- Д18. Это неверная формула для площади параллелограмма, переходите к п. 7
- Д19. Ответ верный, запишите в тетрадь формулу и переходите к п. 8.
8. По полученной формуле подсчитайте ответ. Ответ к задаче таков.
- А. $18 \cdot \sqrt{3}$ переходите к Д20
- Б. 18 переходите к Д21
- В. Другой ответ переходите к Д22
- Д20. Неверно, вероятно неверно найден синус угла, переходите к п. 8
- Д21. Ответ верный, запишите в тетрадь ответ к задаче
- Д22. Неверно, переходите к п. 8.

Тема: «Квадратные уравнения».

Задача. Решите уравнение: $x^2 - 2x - 3 = 0$.

Для решения задачи выполните пункты в заданной последовательности, начиная с п. 1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Решение данного квадратного уравнения Вы начнете с:
- А. Нахождения корней переходите к Д1
- Б. Нахождения дискриминанта переходите к Д2
- В. Использования формулы корней приведенного квадратного уравнения переходите к Д3
- Д1. Подумайте, а как определить, есть ли вообще у данного уравнения корни, переходите к п. 1
- Д2. Такой путь возможен, переходите к п. 2
- Д3. Такой путь возможен, переходите к п. 16.
2. Дискриминант квадратного уравнения равен
- А. Разности квадрата второго коэффициента и четырехкратного произведения первого и третьего коэффициентов переходите к Д4

- Б. Разности второго коэффициента и четырехкратного произведения первого и третьего коэффициентов переходите к Д5
- В. Разности квадрата второго коэффициента и произведения первого и третьего коэффициентов переходите к Д5
- Д4. Верно, переходите к п. 3
- Д5. Подумайте, точно ли звучит данная формулировка, переходите к п. 2.
3. Пусть a – первый коэффициент, b – второй коэффициент, c – свободный член. Запишите формулу для нахождения дискриминанта D .
- А. $b^2 - 4ac$ переходите к Д6
- Б. $b - 4ac$ переходите к Д7
- В. $b^2 - 2ac$ переходите к Д8
- Д6. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 4
- Д7. Обратите внимание на первое слагаемое и переходите к п. 3
- Д8. Обратите внимание на второе слагаемое и переходите к п. 3.
4. Запишите формулу для нахождения дискриминанта, используя данные задачи:
- А. $4 - 4 \cdot 3$ переходите к Д9
- Б. $-4 + 4 \cdot 3$ переходите к Д9
- В. $4 + 4 \cdot 3$ переходите к Д10
- Д9. Проверьте знаки в полученном выражении, переходите к п. 4
- Д10. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 5.
5. Дискриминант D равен
- А. 4 переходите к Д11
- Б. 16 переходите к Д12
- В. -8 переходите к Д13
- Д11. Подумайте, надо ли извлекать корень, чтобы найти D , переходите к п. 5
- Д12. Верно, переходите к п. 6
- Д13. Обратите внимание на знак второго слагаемого и переходите к п. 5.
6. Определив D в задаче,
- А. Продолжите ее решение с помощью теоремы Виета переходите к Д14
- Б. Воспользуетесь формулой корней квадратного уравнения общего вида переходите к Д15

- В. Продолжите ее решение, воспользовавшись формулой разности квадратов переходите к Д16
- Г. Воспользуетесь формулой для нахождения корней квадратного уравнения с четным коэффициентом переходите к Д17
- Д14. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п.7
- Д15. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п.10
- Д16. Подумайте, является ли данное выражение разностью квадратов и вернитесь к п. 6
- Д17. Такой путь возможен, переходите к п. 13.
7. Теорема Виета формулируется так:
- А. Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену переходите к Д18
- Б. Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна свободному члену, а произведение корней равно второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком переходите к Д19
- В. Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, а произведение корней равно свободному члену, взятому с противоположным знаком переходите к Д19
- Д18. Ответ верный, переходите к п. 8
- Д19. Это неверная формулировка теоремы Виета, переходите к п. 7.
8. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 + px + q = 0$, то справедливы формулы:
- А. $x_1 + x_2 = q$, $x_1 \cdot x_2 = -p$ переходите к Д20
- Б. $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 \cdot x_2 = q$ переходите к Д21
- В. $x_1 + x_2 = p$, $x_1 \cdot x_2 = -q$ переходите к Д20
- Д20. Это неверная запись теоремы Виета, переходите к п. 8
- Д21. Ответ верный, переходите к п. 9.
9. Запишите формулу теоремы Виета, используя данные задачи:
- А. $x_1 + x_2 = 2$, $x_1 \cdot x_2 = -3$ переходите к Д22
- Б. $x_1 + x_2 = -2$, $x_1 \cdot x_2 = -3$ переходите к Д23
- В. $x_1 + x_2 = 2$, $x_1 \cdot x_2 = 3$ переходите к Д24

Д22. Ответ верный, переходите к п. 19

Д23. Обратите внимание на знак суммы и переходите к п. 9

Д24. Обратите внимание на знак произведения и переходите к п. 9.

10. Формула корней квадратного уравнения общего вида звучит так:

А. корни квадратного уравнения равны частному дроби, в числителе которой сумма (разность) второго коэффициента и квадратного корня из дискриминанта, в знаменателе – удвоенный старший коэффициент переходите к Д25

Б. корни квадратного уравнения равны частному дроби, в числителе которой сумма (разность) второго коэффициента, взятого с противоположным знаком и квадратного корня из дискриминанта, в знаменателе – удвоенный старший коэффициент переходите к Д26

В. корни квадратного уравнения равны частному дроби, в числителе которой сумма (разность) второго коэффициента, взятого с противоположным знаком, и квадратного корня из дискриминанта, в знаменателе – старший коэффициент переходите к Д27

Д25. Обратите внимание на знаки в формуле, переходите к п. 10

Д26. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 11

Д27. Обратите внимание на коэффициенты в формуле, переходите к п. 10.

11. Формула корней квадратного уравнения общего вида записывается так:

А. $x_{1,2} = \frac{b \pm \sqrt{D}}{2a}$ переходите к Д28

Б. $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ переходите к Д29

В. $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{a}$ переходите к Д30

Д28. Обратите внимание на знаки в формуле, переходите к п. 11

Д29. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 12

Д30. Обратите внимание на коэффициенты в формуле, переходите к п. 11.

12. Запишите формулу корней квадратного уравнения общего вида, используя данные задачи:

А. $x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{16}$ переходите к Д31

Б. $x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2}$ переходите к Д32

В. $x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4}}{2}$ переходите к Д33

Д31. Обратите внимание на знаменатель, переходите к п. 12

Д32. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 19

Д33. Обратите внимание на подкоренное выражение, переходите к п. 12.

13. Формула корней квадратного уравнения с четным коэффициентом формулируется так:

А. Корни квадратного уравнения равны частному дроби, в числителе которой

$\frac{1}{2}$ сумма (разность) $\frac{1}{2}$ второго коэффициента, взятого с противоположным знаком, и квадратного корня из разности квадрата половины второго коэффициента и произведения старшего коэффициента и свободного члена, в знаменателе – удвоенный старший коэффициент

переходите к Д34

Б. Корни квадратного уравнения равны частному дроби, в числителе которой сумма

$\frac{1}{2}$ (разность) $\frac{1}{2}$ второго коэффициента, взятого с противоположным знаком и квадратного корня из разности квадрата половины второго коэффициента и произведения старшего коэффициента и свободного члена, в знаменателе – старший коэффициент

переходите к Д35

В. Корни квадратного уравнения равны частному дроби, в числителе которой сумма (разность) второго коэффициента, взятого с противоположным знаком, и квадратного корня из разности квадрата половины второго коэффициента и произведения первого коэффициента и свободного члена, в знаменателе – старший коэффициент

переходите к Д36

Д34. Обратите внимание на знаменатель, переходите к п. 13

Д35. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 14

Д36. Обратите внимание, в этой формуле берется половина второго коэффициента, переходите к п. 13.

14. Пусть $v = 2m$, тогда формула нахождения корней с четным коэффициентом записывается так:

А. $x_{1,2} = \frac{-m \pm \sqrt{m - ac}}{a}$ переходите к Д37

Б. $x_{1,2} = \frac{-m \pm \sqrt{m^2 - ac}}{2a}$ переходите к Д38

В. $x_{1,2} = \frac{-m \pm \sqrt{m^2 - ac}}{a}$ переходите к Д39

Д37. Обратите внимание на подкоренное выражение, переходите к п. 14

Д38. Обратите внимание на знаменатель дроби, переходите к п. 14

Д39. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 15.

15. Запишите формулу нахождения корней с четным коэффициентом, используя данные задачи:

А. $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{-1^2 - 1 \cdot (-3)}$ переходите к Д40

Б. $x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 1 \cdot (-3)}$ переходите к Д41

В. $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 1 \cdot (-3)}$ переходите к Д42

Д40. Не хватает скобок в выражении, переходите к п. 15

Д41. Ошибка в знаке, переходите к п. 15

Д42. Верно, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 19

16. Корни приведенного квадратного уравнения Вы найдете так:

А. Корни квадратного уравнения равны сумме (разности) половины второго коэффициента, взятого с противоположным знаком и квадратного корня из разности квадрата половины второго коэффициента и свободного члена переходите к Д43

Б. Корни квадратного уравнения равны сумме (разности) половины второго коэффициента, взятого с противоположным знаком и квадратного корня из разности половины второго коэффициента и свободного члена переходите к Д44

В. Корни квадратного уравнения равны сумме (разности) половины второго коэффициента и квадратного корня из разности половины второго коэффициента и свободного члена переходите к Д45

Д43. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 17

Д44. Обратите внимание на первое слагаемое подкоренного выражения, переходите к п. 16

Д45. Обратите внимание на первое слагаемое, переходите к п. 16.

17. Пусть p – второй коэффициент, q – свободный член, запишите формулу корней приведенного квадратного уравнения

А. $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{2} - q}$ переходите к Д46

Б. $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ переходите к Д47

В. $x_{1,2} = \frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \left(\frac{p^2}{2} - q\right)^2$ переходите к Д48

Д46. Обратите внимание, что в формуле берется квадрат половины второго коэффициента, переходите к п. 17

Д47. Верно, переходите к п. 18

Д48. Формула записана неверно, переходите к п. 17.

18. Запишите формулу корней приведенного квадратного уравнения, используя данные задачи:

А. $x_{1,2} = -\frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 + 3}$ переходите к Д49

Б. $x_{1,2} = \frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 + 3}$ переходите к Д50

В. $x_{1,2} = \frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 - 3}$ переходите к Д51

Д49. Обратите внимание на знак первого слагаемого, переходите к п. 18

Д50. Верно, переходите к п. 19

Д51. Обратите внимание, что $q = -3$, переходите к п. 18.

19. Ответ к задаче таков:

А. $x_1 = 3, x_2 = -1$ переходите к Д43

Б. $x_1 = -3, x_2 = 1$ переходите к Д44

В. другой ответ переходите к Д45

- Д43. Верно, Вы справились с задачей
 Д44. Обратите внимание на знаки, вернитесь к п. 16
 Д45. Проверьте вычисления, вернитесь к п. 16.

Тема «Площади параллелограмма, треугольника и трапеции»

Задача. Смежные стороны параллелограмма равны 12 см и 14 см, а его острый угол равен 30° . Найдите площадь параллелограмма.

Для решения задачи выполни пункты в заданной последовательности, начиная с п.1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Для решения задачи нужно использовать следующие сведения о параллелограмме:

А. Определение параллелограмма	переходите к Д1
Б. Свойства параллелограмма	переходите к Д2
В. Формулу площади параллелограмма	переходите к Д3

Д1. Подумайте, что Вы можете извлечь из данной информации, вернитесь к п. 1

Д2. Такой путь возможен, переходите к п. 2

Д3. Подумайте, сможете ли Вы воспользоваться данной формулой сразу, вернитесь к п. 1
2. Известно ли Вам, что угол 30° - это угол между данными смежными сторонами

А. Да	переходите к Д4
Б. Нет	переходите к Д5

Д4. Читайте внимательно условие задачи, вернитесь к п. 2

Д5. Верно, переходите к п. 3
3. На основании каких свойств параллелограмма можно считать, что данный угол – это угол между данными смежными сторонами

А. Только равенства противоположных сторон	переходите к Д6
Б. Только равенства противоположных углов	переходите к Д7
В. Одновременно и равенства противоположных сторон и равенства противоположных углов	переходите к Д7

Д6. Верно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 4

Д7. Подумайте, будет ли полезна информация об углах, вернитесь к п. 3
4. Площадь параллелограмма равна

А. Произведению его смежных сторон	переходите к Д8
Б. Произведению основания на высоту	переходите к Д9
В. Половине произведения основания на высоту	переходите к Д10

Д8. Вспомните формулу площади прямоугольника, вернитесь к п. 2

Д9. Верно, переходите к п. 3

Д10. Формула определена не правильно, вернитесь к п. 2

5. Для нахождения высоты параллелограмма:
- А. Опустим высоту из вершины острого угла на продолжение стороны 14 см переходите к п.Д11
 - Б. Опустим высоту из вершины острого угла на продолжение стороны 12 см переходите к п.Д11
 - В. Опустим высоту из вершины тупого угла на сторону 14 см переходите к п.Д12
 - Г. Опустим высоту из вершины тупого угла на сторону 12 см переходите к п.Д13
 - Д11. Такой путь возможен, но он будет довольно длинным, переходите к п. 5
 - Д12. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 6
 - Д13. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 10
6. Как найти высоту h параллелограмма:
- А. Рассмотрим прямоугольный треугольник, одна сторона которого равна 12см, острый угол 30° переходите к Д14
 - Б. Рассмотрим прямоугольный треугольник, одна сторона которого равна 14см, острый угол 30° переходите к Д15
 - Д14. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 7
 - Д15. Подумайте, на какую сторону Вы опускаете высоту, переходите к п. 6
7. Высота параллелограмма :
- А. h является катетом, лежащим против угла 30° переходите к Д16
 - Б. h является катетом, прилежащим к углу 30° переходите к Д17
 - В. h - гипотенуза переходите к Д18
 - Д16. Правильно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 8
 - Д17. Подумайте разве это высота параллелограмма, вернитесь \ к п. 7
 - Д18. Неверно, рассмотрите внимательно полученный треугольник, переходите к п. 7
8. По свойству прямоугольного треугольника, имеющего угол 30° , высота параллелограмма равна:
- А. $h = 24$ см переходите к Д19
 - Б. $h = 6$ см переходите к Д20
 - В. $h = 7$ см переходите к Д21
 - Д19. Вспомните свойство прямоугольного треугольника, вернитесь к п. 8
 - Д20. Верно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 9

- Д21. Подумайте, какая сторона параллелограмма рассматривается, переходите к п. 8
9. Пусть площадь параллелограмма обозначена S , тогда формула для вычисления площади такова:
- А. $S=6 \cdot 14$ см переходите к Д22
 - Б. $S=6 \cdot 12$ см² переходите к Д23
 - В. $S=6 \cdot 14$ см² переходите к Д24
- Д22. Обратите внимание на единицы измерения, вернитесь к п. 9
- Д23. Обратите внимание, на какое основание опирается высота, вернитесь к п. 9;
- Д24. Правильно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 14
10. Для нахождения высоты h параллелограмма:
- А. Рассмотрим прямоугольный треугольник, одна сторона которого равна 12см, острый угол 30° переходите к Д25
 - Б. Рассмотрим прямоугольный треугольник, одна сторона которого равна 14см, острый угол 30° переходите к Д26
- Д25. Подумайте, на какую сторону Вы опускаете высоту, переходите к п. 10
- Д26. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 11
11. Высота параллелограмма:
- А. h - гипотенуза переходите к Д27
 - Б. h является катетом, прилежащим к углу 30° переходите к Д27
 - В. h является катетом, лежащим против угла 30° переходите к Д28
- Д27. Вспомните составляющие прямоугольного треугольника, вернитесь к п. 11
- Д28. Правильно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 12
12. По свойству прямоугольного треугольника катет равен:
- А. $h = 7$ см переходите к Д29
 - Б. $h = 14$ см переходите к Д30
 - В. $h = 6$ см переходите к Д31
- Д29. Правильно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 13
- Д30. Вспомните свойство прямоугольных треугольников, вернитесь к п. 12
- Д31. Посмотрите еще раз на рисунок, переходите к п. 12
13. Пусть площадь параллелограмма обозначена S , тогда формула для вычисления примет вид:
- А. $S=7 \cdot 12$ см² переходите к Д32
 - Б. $S=7 \cdot 14$ см² переходите к Д33
 - В. $S=6 \cdot 12$ м² переходите к Д34
- Д32. Верно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 14

Д33. Обратите внимание на единицы измерения, вернитесь к п. 13

Д34. Обратите внимание на основание, на которое опирается высота, вернитесь к п. 13

14. Ответ таков:

А. $S=72 \text{ см}^2$

переходите к Д24

Б. $S=84 \text{ см}^2$

переходите к Д25

В. $S=98 \text{ см}^2$

переходите к Д24

Д24. Проверьте вычисления и вернитесь к п. 14

Д25. Вы справились с задачей, запишите ответ в тетрадь

Тема: «Площадь трапеции»

Задача. Тупой угол равнобедренной трапеции равен 135° , а высота, проведенная из вершины этого угла, делит большее основание на отрезки 1,4 см и 3,4 см. Найдите площадь трапеции.

Для решения задачи выполни пункты в заданной последовательности, начиная с п. 1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Каков острый угол, лежащий против высоты в треугольнике, образованном боковой стороной трапеции и ее высотой, опущенной из вершины данного тупого угла:

А. 30°

переходите к Д1

Б. 45°

переходите к Д2

В. 60°

переходите к Д1

Д1. Подумайте и найдите разность углов 180° и 135° , переходите к п. 1

Д2. Верно, запишите ответ на вопрос пункта в тетрадь, переходите к п. 2

2. Какого вида этот треугольник:

А. Прямоугольный

переходите к Д3

Б. Равнобедренный

переходите к Д4

В. Прямоугольный и равнобедренный

переходите к Д5

Д3. Верно, но вспомните еще и свойство равнобедренного треугольника, чтобы определить второй его угол, вернитесь к п. 2

Д4. Верно, но рассмотрите еще и углы в данном треугольнике, вернитесь к п. 2

Д5. Правильно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 3

3. Для определения площади трапеции необходимо:

А. Найти высоту

переходите к Д6

Б. Определить меньшее основание

переходите к Д7

В. Выполнить дополнительное построение

переходите к Д8

- Д19. Верно, запишите ответ на вопрос пункта в тетрадь,
переходите к п. 12
- Д20. Вспомните формулу нахождения площади трапеции,
вернитесь к п. 8
9. Какое дополнительное построение Вы выполните:
- А. Проведете высоту из второго тупого угла на большее основание
переходите к Д21
- Б. Проведете высоту из второго острого угла на
продолжение меньшего основания переходите к Д22
- Д21. Подумайте, какую информацию из этого можно извлечь
вернитесь к п. 7
- Д22. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь и
переходите к п. 10
10. Опираясь на полученный чертеж, выберите верное утверждение:
- А. Прямоугольные треугольники равны по
двум катетам переходите к Д23
- Б. Прямоугольные треугольники равны по
гипотенузе и острому углу переходите к Д24
- В. Прямоугольные треугольники равны по
гипотенузе и катету переходите к Д25
- Г. Прямоугольные треугольники не равны переходите к Д26
- Д23. У нас нет информации о втором катете, переходите к п. 10
- Д24. Если учесть, что в равнобедренной трапеции углы при
основании равны, то да, переходите к п. 11
- Д25. Верно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 11
- Д26. Неверно, переходите к п. 10
11. Выберите верное утверждение
- А. Площади полученного прямоугольника и данной трапеции равны
переходите к 27
- Б. Площади полученного прямоугольника
больше площади данной трапеции переходите к Д28
- В. Площади полученного прямоугольника меньше площади данной
трапеции переходите к Д28
- Д27. Верно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 12
- Д28. Подумайте и сравните площади
полученных треугольников, переходите к п. 11
12. Площадь трапеции Вы найдете так:
- А. $S = 3,4 \cdot 1,4$ переходите к Д29
- Б. $S = 4,8 \cdot 1,4$ переходите к Д30
- В. другой ответ переходите к Д30
- Д29. Верно, запишите ответ на вопрос пункта в тетрадь,
переходите к п. 13

Д30. Подумайте, верно ли Вы воспользовались формулой
переходите к п. 12

13. .Ответ к задаче таков:

А. $S = 4,76 \text{ см}^2$

переходите к Д31

Б. Другой ответ

переходите к Д32

Д31. Ответ правильный, запишите ответ в тетрадь. Вы с задачей справились

Д32. Проверьте вычисления, вернитесь к п. 13

Тема «Преобразование тригонометрических выражений»

Задача. Доказать тождество: $1 + \operatorname{tg}^2 x + \frac{1}{\sin^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$.

Для решения задачи выполни пункты в заданной последовательности, начиная с п. 1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Для решения задачи Вы выполните следующие действия:

А. преобразуете выражение в левой части так, чтобы получилось выражение, стоящее в правой части

переходите к Д1

Б. преобразуете выражение в правой части так, чтобы получилось выражение, стоящее в левой части

переходите к Д2

В. Убедитесь, что разность между левой и правой частями данного равенства равна нулю

переходите к Д3

Д1. Такой путь возможен, переходите к п. 2

Д2. Такой путь возможен, подумайте, будет ли данный путь рациональный, переходите к п. 1

Д3. Такой путь возможен, подумайте, будет ли данный путь рациональный, переходите к п. 1

2. Для этого Вы воспользуетесь:

А. определением тангенса

переходите к Д4

Б. основным тригонометрическим тождеством

переходите к Д5

В. соотношением между тангенсом и косинусом

переходите к Д6

Г. соотношением между котангенсом и синусом

переходите к Д7

Д. соотношением между тангенсом и котангенсом

переходите к Д8

Д4. Такой путь возможен, примените данную формулу и переходите к п. 3

Д5. Подумайте, целесообразно ли воспользоваться сейчас эти тождеством, переходите к п. 3

Д6. Такой путь возможен, примените данную формулу и переходите к п. 11

Д7. Подумайте, о целесообразности применения этого соотношения, переходите к п. 2

Д8. Подумайте, о целесообразности применения этого отношения, переходите к п. 2

3. В левой части Вы запишите:

А. $1 + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x}$ переходите к Д9

Б. $1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x}$ переходите к Д10

В. другой ответ, переходите к Д11

Д9. Вспомните определение тангенса, переходите к п. 3

Д10. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 4

Д11. Неверно, переходите к п. 3

4. Следующим шагом Вы воспользуетесь:

А. приведением к общему знаменателю переходите к Д12

Б. основным тригонометрическим тождеством переходите к Д13

В. определение синуса и косинуса переходите к Д14

Д12. Такой путь возможен, проделайте данное преобразование и переходите к п. 5

Д13. Подумайте, сможете ли Вы в дальнейшем воспользоваться такими преобразованиями, переходите к п. 4

Д14. Подумайте, сможете ли Вы в дальнейшем воспользоваться такими преобразованиями, переходите к п. 4

5. В левой части тождества Вы запишете выражение:

А. $\frac{1 + \sin^4 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$ переходите к Д16

Б. $\frac{\sin^2 x \cdot \cos^2 x + \sin^4 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$ переходите к Д17

В. другой ответ, переходите к Д18

Д16. Подумайте, верно ли Вы нашли дополнительные множители, переходите к п. 5

Д17. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 6

Д18. Неверно, переходите к п. 5

6. Следующим шагом Вы примените:

А. основное тригонометрическое тождество переходите к Д19

Б. вынесите общий множитель за скобки переходите к Д20

В. другой ответ переходите к Д21

Д19. Подумайте о целесообразности применения этой формулы, переходите к п. 6

Д20. Верно, проделайте данное преобразование и переходите к п. 7

Д21. Неверно, переходите к п. 6

7. Вы получите выражение:

А. $\frac{\cos^2 x(\sin^2 x + 1) + \sin^4 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$ переходите к Д22

Б. $\frac{\sin^2 x(\sin^2 x + \cos^2 x) + \cos^2 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$ переходите к Д23

В. другой ответ переходите к Д24

Д22. Какую информацию Вы получите от такого преобразования, переходите к п. 7

Д23. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 8

Д24. Неверно, переходите к п. 7

8. Для дальнейшего преобразования Вы примените:

А. операцию сокращения дроби переходите к Д25

Б. основное тригонометрическое тождество переходите к Д26

В. другое преобразование переходите к Д27

Д25. Такая операция невозможна, переходите к п. 8

Д26. Верно, переходите к п. 9

Д27. Неверно, переходите к п. 8

9. Основное тригонометрическое тождество:

А. $\sin^2 x + \cos^2 x$ переходите к Д28

Б. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ переходите к Д29

В. $\sin x + \cos x = 1$ переходите к Д30

Д28. Неверно, вы записали лишь выражение, а не тождество, переходите к п. 9

Д29. Верно, примените данную формулу и переходите к п. 10

Д30. Неверно, обратите внимание на степень, переходите к п. 9

10. Применив основное тригонометрическое тождество, Вы получите выражение:

А. $\frac{\sin^2 x + 1 + \cos^2 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$ переходите к Д31

Б. $\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$ переходите к Д32

В. $\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$ переходите к Д33

Д31. Неверно, переходите к п. 10

Д32. Неверно, переходите к п. 10

Д33. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 14

11. Вы получите выражение:

А. $\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x}$ переходите к Д34

- Б. $1 + \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x}$ переходите к Д35
- В. $\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x}$ переходите к Д36
- Д34. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 12
- Д35. Неверно, обратите внимание на единицу, переходите к п. 11
- Д36. Неверно, вспомните формулу, переходите к п. 11
12. Дальнейшие преобразования состоят в следующем:
- А. приведете к общему знаменателю переходите к Д37
- Б. примените основное тригонометрическое тождество переходите к Д38
- В. воспользуетесь определением синуса и косинуса переходите к Д39
- Д37. Верно, сделайте данное преобразование и переходите к п. 13
- Д38. Это применение Вам не принесет пользы, переходите к п. 12
- Д39. Подумайте, будет ли полезна Вам эта информация, чтобы продолжить решение, переходите к п. 12
13. В результате Вы получите выражение:
- А. $\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$ переходите к Д40
- Б. $\frac{2}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$ переходите к Д41
- В. другой ответ переходите к Д42
- Д41. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 14
- Д42. Неверно, обратите внимание на знаменатель, переходите к п. 13
- Д43. Неверно, переходите к п. 13
14. Для дальнейшего решения Вы воспользуетесь:
- А. алгебраическими преобразованиями переходите к Д44
- Б. определением синуса и косинуса переходите к Д45
- В. основным тригонометрическим тождеством переходите к Д46
- Д44. Подумайте, возможны ли какие-либо алгебраические преобразования, переходите к п. 14
- Д45. Подумайте, будет ли полезна эта информация, переходите к п. 14
- Д46. Верно, переходите к п. 15
15. Основное тригонометрическое тождество:
- А. $\sin^2 x - \cos^2 x = 1$ переходите к Д48

- Б. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ переходите к Д47
 В. $\sin x + \cos x = 1$ переходите к Д48

Д47. Верно, примените данную формулу и переходите к п. 16

Д48. Неверно, переходите к п. 15

16. Ответ к задаче таков:

- А. тождество доказано переходите к Д50

$$\frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$$

- Б. $\sin^2 x \cdot \cos^2 x$ переходите к Д51

- В. другой ответ переходите к Д52

Д50. Верно, запишите правильный ответ. Вы справились с заданием

Д51. Верно, запишите правильный ответ. Вы справились с заданием

Д52. Неверно, переходите к п. 16

Задача. Упростить выражение: $\sin 2x + (\sin x - \cos x)^2$.

Для решения задачи выполни пункты в заданной последовательности, начиная с п. 1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Для решения задачи Вы выполните следующие действия:

- А. выполните операцию возведения в степень переходите к Д1

- Б. воспользуетесь формулой преобразования $(\sin x - \cos x)$ переходите к Д2

- В. воспользуетесь формулой синуса двойного аргумента переходите к Д3

Д1. Такой путь возможен, проделайте данное преобразование и переходите к п. 2

Д2. Такой путь возможен, примените данную формулу и переходите к п. 4

Д3. Такой путь возможен, однако, подумайте, есть ли необходимость сразу применять эту формулу, переходите к п. 1

2. В результате Вы получите выражение:

- А. $\sin 2x + \sin^2 x - \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x$ переходите к Д4

- Б. $\sin 2x + \sin^2 x - 2 \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x$ переходите к Д5

- В. другой ответ переходите к Д6

Д4. Неверно, обратите внимание на третье слагаемое, переходите к п. 2

Д5. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 3

Д6. Неверно, переходите к п. 2

3. Далее Вы воспользуетесь:
- А. определением синуса и косинуса переходите к Д7
 - Б. основным тригонометрическим тождеством переходите к Д8
 - В. формулой косинуса двойного аргумента переходите к Д9
- Д7. Подумайте, сможете ли воспользоваться этой информацией, переходите к п. 3
- Д8. Такой путь возможен, примените данную формулу и переходите к п. 4
- Д9. Подумайте, есть ли целесообразность применить данную формулу, переходите к п. 3
4. Вы запишите:
- А. $\sin 2x - 2 \sin x \cdot \cos x$ переходите к Д10
 - Б. $\sin 2x - 2 \sin x \cdot \cos x + 1$ переходите к Д11
 - В. $\sin 2x + 2 \sin x \cdot \cos x + 1$ переходите к Д12
- Д10. Неверно, повторите еще раз основное тригонометрическое тождество, переходите к п. 4
- Д11. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 5
- Д12. Неверно, переходите к п. 4
5. Следующим шагом Вы воспользуетесь:
- А. формулой синуса двойного аргумента для первого слагаемого переходите к Д13
 - Б. формулой синуса двойного аргумента для второго слагаемого переходите к Д14
 - В. алгебраическими преобразованиями переходите к Д15
- Д13. Такой путь возможен, переходите к п. 6
- Д14. Такой путь возможен, переходите к п. 7
- Д15. Неверно, здесь невозможно воспользоваться такими преобразованиями, переходите к п. 5
6. Вы запишете выражение:
- А. $\sin x \cdot \cos x - 2 \sin x \cdot \cos x + 1$ переходите к Д16
 - Б. $2 \sin x \cdot \cos x - 2 \sin x \cdot \cos x + 1$ переходите к Д17
 - В. $\cos^2 x - \sin^2 x - 2 \sin x \cdot \cos x + 1$ переходите к Д18;
- Д16. Подумайте, верно ли Вы воспользовались данной формулой, переходите к п. 6
- Д17. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 8
- Д18. Неверно, Вы применили формулу косинуса двойного аргумента, переходите к п. 6
7. Вы запишете выражение:
- А. $\sin x - \sin x + 1$ переходите к Д19
 - Б. $\sin 2x - 2 \sin x + 1$ переходите к Д20
 - В. $\sin 2x - \sin 2x + 1$ переходите к Д21

Д19. Подумайте, верно ли Вы воспользовались данной формулой, переходите к п. 7

Д20. Вы неверно применили формулу, переходите к п. 7

Д21. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 8

8. Ответ к задаче таков:

А. 1 переходите к Д22

Б. другой ответ переходите к Д23

Д22. Верно. Запишите правильный ответ. Молодец, Вы справились с задачей

Д23. Неверно, переходите к п. 8

Задача. Упростить выражение: $-\sin^2 2x - \cos 4x$.

Для решения задачи выполни пункты в заданной последовательности, начиная с п. 1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

2. Для решения задачи Вы выполните следующие действия:

А. воспользуетесь формулой сложения для косинуса переходите к Д1

Б. воспользуетесь формулой косинуса двойного аргумента переходите к Д2

В. воспользуетесь формулой синуса двойного аргумента переходите к Д3

Д1. Такой путь возможен, примените данную формулу и переходите к п. 2

Д2. Такой путь возможен, примените данную формулу и переходите к п. 4

Д3. Этот путь заведет Вас в тупик, переходите к п. 1

3. Вы воспользуетесь следующей формулой сложения:

А. $\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$ переходите к Д4

Б. $\cos(x + x) = \cos x \cdot \cos x - \sin x \cdot \sin x$ переходите к Д4

А. $\cos(2x + 2x) = \cos 2x \cdot \cos 2x - \sin 2x \cdot \sin 2x$ переходите к Д5

Д4. Подумайте, подойдет ли Вам эта формула – разве аргумент $4x$ представим в таком виде, переходите к п. 2

Д5. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 3

4. В результате слагаемое $\cos 4x$ Вы замените на выражение:

А. $\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x$ переходите к Д6

Б. $\cos 4x = 4 \cos^2 2x - 4 \sin^2 2x$ переходите к Д7

В. $\cos 4x = \cos^2 4x - \sin^2 4x$ переходите к Д7

Д6. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 4

Д7. Вы неверно осуществили алгебраические преобразования, переходите к п. 3

5. Вы получите выражение:

А. $-\sin^2 2x - \cos^2 2x - \sin^2 2x$ переходите к Д8

Б. $-\sin^2 2x - \cos^2 2x + \sin^2 2x$ переходите к Д9

В. $\sin^2 2x - \cos^2 2x - \sin^2 2x$ переходите к Д10

Д8. Вы ошиблись в знаке, переходите к п. 4

Д9. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 5

Д10. Будьте внимательны со знаками, переходите к п. 4

6. Ответ к задаче таков:

А. $\cos^2 2x$ переходите к Д11

Б. $-\cos^2 2x$ переходите к Д12

В. Другой ответ переходите к Д13

Д11. Будьте внимательны со знаками, переходите к п. 5

Д12. Верно. Запишите правильный ответ. Молодец Вы справились с задачей

Д13. Неверно, переходите к п. 5.

Задача. Доказать тождество: $\operatorname{tg} x (1 + \cos 2x) = \sin 2x$.

Для решения задачи выполни пункты в заданной последовательности, начиная с п. 1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Для решения задачи Вы воспользуетесь:

А. формулой косинуса половинного аргумента переходите к Д1

Б. формулой косинуса двойного аргумента переходите к Д2

В. формулой соотношения между тангенсом и косинусом переходите к Д3

Д1. Такой путь возможен, примените данную формулу и переходите к п. 7

Д2. Такой путь возможен, переходите к п. 2

Д3. Этот путь заведет Вас в тупик, переходите к п. 1

2. Формула косинуса двойного аргумента для $\cos 2x$ запишется так:

А. $\cos 2x = \cos^2 x + \sin^2 x$ переходите к Д4

Б. $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ переходите к Д5

А. $\cos 2x = \cos^2 2x + \sin^2 2x$ переходите к Д6

Д4. Подумайте, если это выражение приравнять к единице то получится основное тригонометрическое тождество, переходите к п. 2

Д5. Верно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 3

Д6. Неверно, подумайте, каким должен быть аргумент, переходите к п. 2

3. Левая часть исходного выражения примет вид:

А. $\operatorname{tg} x (1 + \cos^2 x - \sin^2 x)$ переходите к Д7

Б. $\operatorname{tg} x (\cos^2 x - \sin^2 x)$ переходите к Д8

В. другой ответ переходите к Д9

Д7. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 4

Д8. Проверьте правильность записи, переходите к п. 3

Д9. Неверно, переходите к п. 3

4. Для продолжения решения Вы воспользуетесь:
- А. основным тригонометрическим тождеством переходите к Д10
 - Б. алгебраическими преобразованиями переходите к Д11
 - В. определением тангенса переходите к Д12
- Д10. Верно, переходите к п. 4
- Д11. Какие преобразования здесь возможны? Переходите к п. 4
- Д12. Подумайте, сможете ли Вы сразу воспользоваться этой информацией, переходите к п. 4
5. В данном случае Вы воспользуетесь:
- А. $\cos^2 2x + \sin^2 2x = 1$ переходите к Д13
 - Б. $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ переходите к Д14
 - В. $\cos^2 x + \sin^2 x$ переходите к Д15
- Д13. Подумайте, пригодится ли Вам запись именно с этим аргументом, переходите к п. 5
- Д14. Верно, примените данную формулу и переходите к п. 6
- Д15. Подумайте, является ли эта запись тождеством, переходите к п. 5
6. Заменив единицу, Вы получите выражение:
- А. $\operatorname{tg} x (\sin^2 x + \cos^2 x + \cos^2 x - \sin^2 x)$ переходите к Д16
 - Б. $\operatorname{tg} x (\sin^2 x + \cos^2 x + \cos^2 x + \sin^2 x)$ переходите к Д17
 - В. другой ответ переходите к Д18
- Д16. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 7
- Д17. Вы ошиблись в знаке, переходите к п. 6
- Д18. Неверно, переходите к п. 6
7. Выражение примет вид:
- А. $\operatorname{tg} x \cdot 2\cos^2 x$ переходите к Д19
 - Б. $\operatorname{tg} x \cdot \cos^2 2x$ переходите к Д20
 - В. другой ответ переходите к Д21
- Д19. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 8
- Д20. Неверно, аргумент должен быть тем же, переходите к п. 7
- Д21. Неверно, переходите к п. 7
8. Для продолжения решения Вы воспользуетесь:
- А. соотношение тангенса и косинуса переходите к Д22
 - Б. определением тангенса переходите к Д23
- Д22. Это нецелесообразно, переходите к п. 8
- Д23. Верно, примените данную формулу и переходите к п. 9
9. Вы получите выражение:
- А. $\frac{\sin x}{\cos x} \cdot 2\cos^2 x$ переходите к Д24
 - Б. $\frac{\cos x}{\sin x} \cdot 2\cos^2 x$ переходите к Д25
- Д24. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 10

- Д25. Вспомните определение тангенса, переходите к п. 9
10. После сокращения Вы получите:
- А. $2\sin x \cdot \cos x$ переходите к Д26
 Б. $2\sin x$ переходите к Д27
 В. другой ответ переходите к Д27
- Д26. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 11
 Д27. Вспомните правила сокращения и вернитесь к п. 10
11. Ответ к задаче таков:
- А. $\sin 2x$ переходите к Д28
 Б. $2\sin^2 x$ переходите к Д29
 В. другой ответ переходите к Д29
- Д28. Правильно, запишите правильный ответ. Вы справились с задачей
 Д29. Ответ не правильный, вернитесь к п. 11

Задача. Упростить выражение: $\frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} \cdot \operatorname{ctgx}$.

Для решения задачи выполни пункты в заданной последовательности, начиная с п. 1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Для решения задачи Вы воспользуетесь:
- А. определением котангенса переходите к Д1
 Б. формулой косинуса двойного аргумента переходите к Д2
 В. воспользуетесь формулой синуса двойного аргумента переходите к Д3
 Г. формула синуса половинного аргумента переходите к Д4
- Д1. Подумайте, целесообразно ли сразу воспользоваться этим определением, переходите к п. 1
 Д2. Такой путь возможен, примените данную формулу и переходите к п. 2
 Д3. Такой путь возможен, примените данную формулу и переходите к п. 9
 Д4. Такой путь возможен, переходите к п. 5
2. Вы получите выражение:
- А. $\frac{1 - \cos^2 x + \sin^2 x}{\sin 2x} \cdot \operatorname{ctgx}$ переходите к Д5
 Б. $\frac{1 + \cos^2 x - \sin^2 x}{\sin 2x} \cdot \operatorname{ctgx}$ переходите к Д6
 А. другой ответ переходите к Д7
- Д5. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 3
 Д6. Обратите внимание на знаки, переходите к п. 2

- Д7. Вероятно, Вы забыли формулу косинуса двойного угла, переходите к п. 2
3. Для дальнейшего решения Вы воспользуетесь:
 А. алгебраическими преобразованиями переходите к Д8
 Б. основным тригонометрическим тождеством переходите к Д9
- Д8. Подумайте, можно ли здесь применять такие преобразования, переходите к п. 3
- Д9. Верно, примените данную формулу и переходите к п. 4
4. Выражение примет вид:
 А. $\frac{1 - \cos^2 x + \sin^2 x}{\sin 2x} \cdot (\cos^2 x + \sin^2 x) \cdot \operatorname{ctgx}$ переходите к Д10
 Б. $\frac{\cos^2 x + \sin^2 x - \cos^2 x + \sin^2 x}{\sin 2x} \cdot \operatorname{ctgx}$ переходите к Д11
 В. другой ответ переходите к Д12
- Д10. Подумайте, разве здесь нужно применить основное тригонометрическое тождество, переходите к п. 4
- Д11. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 6
- Д12. Неверно, переходите к п. 4
5. Запишите формулу половинного аргумента для функции синуса:
 А. $2 \sin^2 x = 1 - \cos x$ переходите к Д13
 Б. $2 \sin^2 x = 1 - \cos 2x$ переходите к Д14
 В. $2 \sin x = 1 - \cos 2x$ переходите к Д15
- Д13. Обратите внимание на аргумент, переходите к п. 5
- Д14. Правильно, примените данную формулу и переходите к п. 6
- Д15. Обратите внимание на степени функции, переходите к п. 5
6. После преобразований выражение примет вид:
 А. $\frac{2 \sin^2 x}{\sin 2x} \cdot \operatorname{ctgx}$ переходите к Д16
 Б. $2 \sin x \cdot \operatorname{ctgx}$ переходите к Д17
 В. Другой ответ переходите к Д17
- Д16. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 7
- Д17. Неверно, Вы ошиблись в преобразованиях, переходите к п. 6
7. Для дальнейшего решения Вы воспользуетесь:
 А. алгебраическими преобразованиями переходите к Д18
 Б. формулой синуса двойного аргумента переходите к Д19
 В. определением котангенса переходите к Д20
- Д18. Подумайте, целесообразность таких преобразований, переходите к п. 7

Д19. Верно, примените данную формулу и переходите к п. 8
Д 20. Будет ли это своевременно, переходите к п. 7

8. Выражение примет вид:

А. $\frac{2\sin^2 x}{2\sin x \cdot \cos x} \cdot \operatorname{ctgx}$ переходите к Д21

Б. $\frac{2\sin^2 x}{\sin x \cdot \cos x} \cdot \operatorname{ctgx}$ переходите к Д22

В. другой ответ, переходите к Д22

Д21. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 16

Д22. Не верно, вероятно Вы забыли формулу синуса двойного угла, переходите к п. 8

9. Вы получите выражение:

А. $\frac{1 - \cos 2x}{2\sin x \cdot \cos x} \cdot \operatorname{ctgx}$ переходите к Д23

Б. $\frac{1 - \cos 2x}{\sin x \cdot \cos x} \cdot \operatorname{ctgx}$ переходите к Д24

В. другой ответ переходите к Д24

Д23. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 10

Д24. Неверно, вспомните формулу, переходите к п. 9

10. Для дальнейшего решения Вы воспользуетесь:

А. формулой синуса половинного аргумента переходите к Д25

Б. формулой косинуса половинного аргумента переходите к Д26

В. формулой косинуса двойного аргумента переходите к Д27

Д25. Такой путь возможен, переходите к п. 11

Д26. Уточните формулу, переходите к п. 10

Д27. Такой путь возможен, примените данную формулу и переходите к п. 12

11. Запишите формулу половинного аргумента для функции синуса:

А. $2\sin^2 x = 1 - \cos x$ переходите к Д28

Б. $2\sin^2 x = 1 - \cos 2x$ переходите к Д29

В. $2\sin x = 1 - \cos 2x$ переходите к Д30

Д28. Обратите внимание на аргумент, переходите к п. 11

Д29. Правильно, примените данную формулу и переходите к п. 15

Д30. Обратите внимание на степени функции, переходите к п. 11

12. Вы получите выражение:

А. $\frac{1 - \cos^2 x + \sin^2 x}{2\sin x \cdot \cos x} \cdot \operatorname{ctgx}$ переходите к Д31

Б. $\frac{1 + \cos^2 x - \sin^2 x}{2\sin x \cdot \cos x} \cdot \operatorname{ctgx}$ переходите к Д32

- В. другой ответ переходите к Д33
 Д31. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 13
 Д32. Обратите внимание на знаки, переходите к п. 12
 Д33. Вероятно, Вы забыли формулу косинуса двойного угла, переходите к п. 12
13. Для дальнейшего решения Вы воспользуетесь:
 А. алгебраическими преобразованиями переходите к Д34
 Б. основным тригонометрическим тождеством переходите к Д35
 Д34. Подумайте, можно ли здесь применять такие преобразования, переходите к п. 13
 Д35. Верно, примените данную формулу и переходите к п. 14
14. Выражение примет вид:
 А. $\frac{1 - \cos^2 x + \sin^2 x}{2 \sin x \cdot \cos x} \cdot (\cos^2 x + \sin^2 x) \cdot \operatorname{ctgx}$ переходите к Д36
 Б. $\frac{\cos^2 x + \sin^2 x - \cos^2 x + \sin^2 x}{2 \sin x \cdot \cos x} \cdot \operatorname{ctgx}$ переходите к Д37
 В. другой ответ переходите к Д38
 Д36. Подумайте, разве здесь нужно применить основное тригонометрическое тождество, переходите к п. 14
 Д37. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 15
 Д38. Неверно, переходите к п. 14
15. После преобразований выражение примет вид:
 А. $\frac{2 \sin^2 x}{2 \sin x \cdot \cos x} \cdot \operatorname{ctgx}$ переходите к Д39
 Б. $\frac{\sin^2 x}{2 \sin x \cdot \cos x} \cdot \operatorname{ctgx}$ переходите к Д40
 В. другой ответ переходите к Д40
 Д39. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 16
 Д40. Неверно, Вы ошиблись в преобразованиях, переходите к п. 15
16. После сокращения выражение примет вид:
 А. $\frac{\sin^2 x}{2 \cos x} \cdot \operatorname{ctgx}$ переходите к Д41
 Б. $\frac{\sin x}{\cos x} \cdot \operatorname{ctgx}$ переходите к Д42
 В. другой ответ переходите к Д43
 Д41. Неверно, обратите внимание на степень синуса, переходите к п. 16
 Д42. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 17
 Д43. Неверно, переходите к п. 16
17. Для дальнейшего решения Вы воспользуетесь:

- А. определением тангенса переходите к Д44
 Б. определение котангенса переходите к Д45
 Д44. Верно, примените данную формулу и переходите к п. 18
 Д45. Верно, примените данную формулу и переходите к п. 20
18. Вы получите выражение:
 А. $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x$ переходите к Д46
 Б. другой ответ переходите к Д47
 Д46. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 19
 Д47. Неверно, переходите к п. 18
19. Вы воспользуетесь:
 А. соотношением между тангенсом и косинусом переходите к Д48
 Б. соотношением между котангенсом и синусом переходите к Д48
 В. соотношением между тангенсом и
 котангенсом переходите к Д49
 Д48. Неверно, переходите к п. 19
 Д49. Верно, примените данную формулу и переходите к п. 21
20. Вы получите выражение:
 $\frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x}$
 А. $\frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\sin x}{\sin x}$ переходите к Д50
 $\frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\sin x}{\cos x}$
 Б. $\cos x \cdot \cos x$ переходите к Д51
 В. другой ответ переходите к Д52
 Д50. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 21
 Д51. Неверно, вспомните определение котангенса, переходите
 к п. 20
 Д52. Неверно, переходите к п. 20
21. Ответ к задаче таков:
 А. 1 переходите к Д53
 Б. другой ответ переходите к Д54
 Д53. Правильно. Запишите правильный ответ. Молодец, Вы
 справились с задачей
 Д54. Проверьте вычисления, вернитесь к п. 21

Задача. Сократить дробь: $\frac{1 - \cos x}{\sin^2 x}$.

Для решения задачи выполни пункты в заданной последовательности, начиная с п.1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Для решения задачи Вы воспользуетесь:
 А. формулой косинуса двойного аргумента переходите к Д1
 Б. формулой синуса половинного аргумента переходите к Д2
 В. основным тригонометрическим тождеством переходите к Д3

Д1. Такой путь возможен, однако подумайте о рациональности этого пути, переходите к п. 1

Д2. Такой путь возможен, примените формулу к данному выражению и переходите к п. 2

Д3. Такой путь возможен, примените данную формулу и переходите к п. 6

2. Вы получили выражение вида:

А. $\frac{1 - \cos x}{\frac{1}{2}(1 - \cos 2x)}$ переходите к Д4

Б. $\frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{\sin^2 x}$ переходите к Д5

В. $\frac{2 \sin^2 x}{\sin^2 x}$ переходите к Д6

Д4. Подумайте, какую полезную информацию Вы сможете извлечь из такого преобразования, переходите к п. 2

Д5. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 3

Д6. Подумайте, правильно ли Вы записали аргумент функции, переходите к п. 2

3. Для дальнейших преобразований Вы воспользуетесь:

А. формулой синуса двойного аргумента переходите к Д7

Б. формулой синуса половинного аргумента переходите к Д8

В. алгебраическими преобразованиями переходите к Д9

Д7. Верно, примените данную формулу и переходите к п. 4

Д8. Подумайте, что Вы сможете дальше сделать, переходите к п. 3

Д9. Алгебраические операции невозможны, переходите к п. 3

4. В результате преобразований Вы получите выражение:

А. $\frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{4 \sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}}$ переходите к Д10

Б. $\frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{2 \sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}}$ переходите к Д11

В. $\frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{4 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}$ переходите к Д12

Г. другой ответ переходите к Д13

Д10. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 5

Д11. Обратите внимание на коэффициенты, переходите к п. 4

Д12. Правильно ли Вы записали аргумент, переходите к п. 4

Д13. Неверно, переходите к п. 4

5. Следующим шагом Вы:
- А. запишите ответ переходите к Д14
- Б. сократить дробь переходите к Д15
- В. воспользуетесь тригонометрической формулой переходите к Д16
- Д14. Подумайте, будет ли целесообразно поставить точку в преобразованиях, переходите к п. 5
- Д15. Верно, сделайте данное преобразование, переходите к п. 10
- Д16. Подумай, будет ли целесообразным применить какое-либо другое преобразование, переходите к п. 5
6. Вы получите выражение:
- А. $\frac{1 - \cos x}{\cos^2 x - 1}$ переходите к Д17
- Б. $\frac{1 - \cos x}{1 - \cos^2 x}$ переходите к Д18
- В. другой ответ переходите к Д19
- Д17. Подумайте, правильно ли Вы определили знаки, переходите к п. 6
- Д18. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 7
- Д19. Неверно, переходите к п. 6
7. Для продолжения решения задачи Вы воспользуетесь:
- А. формулой разности квадратов переходите к Д20
- Б. другими алгебраическими преобразованиями переходите к Д21
- В. тригонометрическими преобразованиями переходите к Д21
- Д20. Такой путь возможен, сделайте данное преобразование и переходите к п. 8
- Д21. Подумайте о целесообразности таких преобразований, переходите к п. 7
8. Прделав преобразования, получили следующее выражение:
- А. $\frac{1}{1 - \cos x}$ переходите к Д22
- Б. $\frac{1}{1 + \cos x}$ переходите к Д23
- В. другой ответ переходите к Д24
- Д22. Вспомните формулу разности квадратов, вернитесь к п. 8
- Д23. Правильно, запишите правильный ответ и переходите к п. 9
- Д24. Вспомните формулу разности квадратов и правило сокращения дроби, вернитесь к п. 8
9. Следующий Ваш шаг:
- А. воспользоваться формулой половинного аргумента для функции косинуса переходите к Д25

Б. воспользоваться формулой половинного аргумента для функции синуса переходите к Д26

В. получили готовый ответ переходите к Д27

Д25. Верно, примените данную формулу и переходите к п. 10

Д26. Вспомните формулу половинного аргумента для функции синуса, вернитесь к п. 9

Д27. Подумайте, можно ли применить некоторые преобразования к данному выражению, вернитесь к п. 9

10. Ответ таков:

А. $\frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2}}$

переходите к Д28

Б. $\frac{1}{2\cos^2 \frac{x}{2}}$

переходите к Д29

В. другой ответ

переходите к Д28

Д28. Ответ не верный, вернитесь к п. 10

Д29. Правильно. Запишите правильный ответ. Молодец, Вы справились с задачей

Задача. Упростить выражение: $2\sin 2x - \cos x + \cos 2x$.

Для решения задачи выполни пункты в заданной последовательности, начиная с п. 1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Какой тригонометрической формулой вы воспользуетесь:

А. формулой косинуса двойного угла переходите к Д1

Б. формулой половинного аргумента для функции синуса переходите к Д2

В. алгебраическими преобразованиями переходите к Д3

Г. формулой суммы или разности тригонометрических функций переходите к Д4

Д1. Такой путь возможен, примените данную формулу и переходите к п. 2

Д2. Такой путь возможен, примените данную формулу и переходите к п. 6

Д3. Подумайте, сможете ли Вы воспользоваться алгебраическими преобразованиями сразу, переходите к п. 1

Д4. Подумайте, сможете ли Вы воспользоваться этой формулой в данном случае, переходите к п. 1

2. Воспользовавшись формулой косинуса двойного угла, Вы получите следующее выражение:

- А. $2\sin^2 x - \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} + \cos 2x$ переходите к Д5
 Б. $2\sin^2 x - \cos x + \cos^2 x - \sin^2 x$ переходите к Д6
 В. $2\sin^2 x - \cos^2 \frac{x}{2} + \sin^2 \frac{x}{2} + \cos 2x$ переходите к Д7
- Д5. Обратите внимание на знаки, переходите к п. 2
 Д6. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 3
 Д7. Подумайте, сможете ли Вы извлечь информацию для решения задачи, переходите к п. 2
3. Для того чтобы продолжить решение задачи, Вы воспользуетесь:
- А. приведением подобных членов переходите к Д8
 Б. основным тригонометрическим тождеством переходите к Д9
 В. другой тригонометрической формулой переходите к Д10
- Д8. Верно, сделайте данное преобразование, переходите к п.4
 Д9. Подумайте, сможете ли Вы воспользоваться этой формулой сразу, вернитесь к п. 3
 Д10. Подумайте, будет ли целесообразным использование какой-либо другой тригонометрической формулы, переходите к п.3
4. После преобразований Вы получите выражение:
- А $2\sin^2 x - \sin^2 x$ переходите к Д11
 Б. $\sin x - \cos x + \cos^2 x$ переходите к Д12
 В. $\sin^2 x - \cos x + \cos^2 x$ переходите к Д13
- Д11. Подумайте, будут ли эти слагаемые являться подобными членами, переходите к п. 9
 Д12. Обратите внимание на степень синуса, переходите к п. 4
 Д13. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 5
5. Для дальнейшего решения задачи Вы воспользуетесь:
- А. основным тригонометрическим тождеством переходите к Д14
 Б. алгебраическими преобразованиями переходите к Д15
 В. другой тригонометрической формулой переходите к Д16
- Д14. Верно, примените данную формулу и переходите к п. 8
 Д15. Подумайте, сможете ли Вы воспользоваться алгебраическими преобразованиями, вернитесь к п. 5
 Д16. Подумайте, будет ли целесообразным использование какой-либо другой тригонометрической формулы, переходите к п. 5
6. Воспользовавшись формулой понижения степени, Вы получите выражение:
- А. $\frac{1}{2}(1 - \cos 2x) - \cos x + \cos 2x$ переходите к Д17
 Б. $1 + \cos x - \cos x + \cos 2x$ переходите к Д18

- В. $1 - \cos 2x - \cos x + \cos 2x$ переходите к Д19
- Д17. Обратите внимание на коэффициент перед синусом, когда применяете формулу, переходите к п. 6
- Д18. Обратите внимание на аргумент, когда применяете формулу, и на знак, переходите к п. 6
- Д19. Верно, запишите правильный ответ переходите к п. 7
7. Для дальнейшего решения задачи Вы воспользуетесь:
- А. приведением подобных членов переходите к Д20
- Б. формулой сложения переходите к Д21
- В. другими преобразованиями переходите к Д22
- Д20. Верно, сделайте данное преобразование, переходите к п. 8
- Д21. Подумайте, какую информацию Вы сможете извлечь для решения задачи, переходите к п. 7
- Д22. Подумайте о целесообразности проведения такого преобразования, переходите к п. 7
8. Ответ к задаче таков:
- А. $1 - \cos x$ переходите к Д23
- Б. $1 + \cos x$ переходите к Д24
- В. преобразования необходимо продолжить переходите к Д25
- Д23. Верно, запишите ответ. Вы справились с заданием
- Д24. Обратите внимание на знаки, переходите к п. 8
- Д25. Подумайте о целесообразности проведения дальнейших преобразований, переходите к п. 8

Задача. Упростить выражение: $\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 x} + \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 x}$.

Для решения задачи выполни пункты в заданной последовательности, начиная с п.1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Для решения вы воспользуетесь:
- А. соотношением между тангенсом и котангенсом переходите к Д1
- Б. определением тангенса и котангенса переходите к Д2
- В. готовой тригонометрической формулой переходите к Д3
- Д1. Такой путь возможен, переходите к п. 2
- Д2. Такой путь возможен, примените данные формулы и переходите к п. 18
- Д3. Такой путь возможен, переходите к п. 22
2. Для решения задачи Вы воспользуетесь сразу следующим соотношением между тангенсом и котангенсом:
- А. $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1$ переходите к Д4

- Б. $tgx = \frac{1}{ctgx}$ переходите к Д5
- В. $ctgx = \frac{1}{tgx}$ переходите к Д6
- Д4. Подумайте, сможете ли Вы сразу воспользоваться этим соотношением, переходите к п. 2
- Д5. Такой путь возможен, примените формулу к данному выражению и переходите к п. 10
- Д6. Такой путь возможен, примените формулу к данному выражению и переходите к п. 3
3. Выразив тангенс через котангенс, Вы получили выражение:
- А. $\frac{1}{1+tg^2x} + \frac{1}{1+\frac{1}{tg^2x}}$ переходите к Д7
- Б. $\frac{1}{1+tg^2x} + \frac{1}{1+tg^2x}$ переходите к Д8
- В. $\frac{1}{1+tg^2x} + \frac{1}{1+\frac{1}{tgx}}$ переходите к Д9
- Д7. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 4
- Д8. Подумайте, правильно ли Вы воспользовались формулой, переходите к п. 3
- Д9. Обратите внимание на степень котангенса, вернитесь к п. 3
4. Для дальнейшего решения задачи Вы воспользуетесь:
- А. тригонометрической формулой переходите к Д10
- Б. алгебраическими преобразованиями переходите к Д11
- Д10. Подумай, есть ли необходимость применять формулу в данном случае, переходите к п. 4
- Д11. Такой путь возможен, переходите к п. 5
5. Для решения задачи Вы воспользуетесь следующими алгебраическими преобразованиями:
- А. приведением к общему знаменателю первого и второго слагаемого переходите к Д12
- Б. приведение к общему знаменателю знаменатель второго слагаемого переходите к Д13
- В. другие преобразования переходите к Д14
- Д12. Подумайте, будет ли такой путь рационален, переходите к п. 5
- Д13. Такой путь возможен, сделайте данное алгебраическое преобразование и переходите к п. 6
- Д14. Неверно, вернитесь к п. 5

6. После преобразований выражение примет вид:
- А. $\frac{1}{1+\operatorname{tg}^2 x} + \frac{1}{1+\operatorname{tg}^2 x}$ переходите к Д15
- Б. $\frac{1}{1+\operatorname{tg}^2 x} + \frac{\operatorname{tg}^2 x}{\operatorname{tg}^2 x + 1}$ переходите к Д16
- В. $\frac{1}{1+\operatorname{tg}^2 x} + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 x \cdot (\operatorname{tg}^2 x + 1)}$ переходите к Д17
- Д15. Подумайте, каковы будут дополнительные множители при нахождении общего знаменателя, вернитесь к п. 6
- Д16. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 7
- Д17. Подумай, где будет расположено $\operatorname{tg}^2 x$ после преобразований, вернитесь к п. 6
7. Для того чтобы упростить выражение Вы воспользуетесь:
- А. алгебраическим преобразованием переходите к Д18
- Б. тригонометрической формулой переходите к Д19
- Д18. Такой путь возможен, переходите к п. 8
- Д19. Подумайте, целесообразен ли этот путь, вернитесь к п. 7
8. Каким алгебраическим преобразованием Вы воспользуетесь?
- А. приведением дробей к общему знаменателю переходите к Д20
- Б. сложением дробей с одинаковыми знаменателями переходите к Д21
- В. другим преобразованием переходите к Д22
- Д20. Такой путь не целесообразен, так как знаменатели одинаковые, вернитесь к п. 8
- Д21. Такой путь возможен, проделайте данное преобразование и переходите к п. 9
- Д22. Подумайте, будет ли этот путь рационален, вернитесь к п. 8
9. После преобразований выражение примет вид:
- А. $\frac{\operatorname{tg}^2 x}{1+\operatorname{tg}^2 x}$ переходите к Д23
- Б. $\frac{1+\operatorname{tg}^2 x}{1+\operatorname{tg}^2 x}$ переходите к Д24
- В. другой ответ переходите к Д23
- Д23. Вспомните правило сложения дробей с одинаковыми знаменателями и вернитесь к п. 9
- Д24. Верно, запишите правильный ответ, переходите к п. 17
10. Выразив котангенс через тангенс, Вы получили выражение:

$$A. \frac{1}{1 + \frac{1}{ctg^2 x}} + \frac{1}{1 + ctg^2 x}$$

переходите к Д25

$$B. \frac{1}{1 + ctg^2 x} + \frac{1}{1 + ctg^2 x}$$

переходите к Д26

$$B. \frac{1}{1 + \frac{1}{ctg x}} + \frac{1}{1 + ctg^2 x}$$

переходите к Д27

Д25. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 11

Д26. Подумайте, правильно ли Вы воспользовались формулой, переходите к п. 10

Д27. Обратите внимание на степень котангенса, вернитесь к п. 10

11. Для дальнейшего решения задачи Вы воспользуетесь:

A. тригонометрической формулой переходите к Д28

B. алгебраическими преобразованиями переходите к Д29

Д28. Подумай, есть ли необходимость применять формулу в данном случае, переходите к п. 11

Д29. Такой путь возможен, переходите к п. 12

12. Для решения задачи Вы воспользуетесь следующими алгебраическими преобразованиями:

A. приведением к общему знаменателю первого и второго слагаемого переходите к Д30

B. приведение к общему знаменателю знаменатель первого слагаемого переходите к Д31

B. другие преобразования переходите к Д32

Д30. Подумайте, будет ли такой путь рационален, переходите к п. 12

Д31. Такой путь возможен, проделайте данное алгебраическое преобразование и переходите к п. 13

Д32. Неверно, вернись к п. 12.

13. После преобразований выражение примет вид:

$$A. \frac{1}{1 + ctg^2 x} + \frac{1}{1 + ctg^2 x}$$

переходите к Д33

$$B. \frac{ctg^2 x}{ctg^2 x + 1} + \frac{1}{1 + ctg^2 x}$$

переходите к Д34

$$B. \frac{1 + ctg^2 x}{ctg^2 x} + \frac{1}{ctg^2 x + 1}$$

переходите к Д35

Д33. Подумайте, каковы будут дополнительные множители при нахождении общего знаменателя, вернитесь к п. 13

Д34. Верно, переходите к п. 14

- Д35. Подумайте, что будет находится в числителе, а что в знаменателе, вернитесь к п. 13
14. Для того, чтобы упростить выражение Вы воспользуетесь:
- А. алгебраическим преобразованием переходите к Д36
- Б. тригонометрической формулой переходите к Д37
- Д36. Такой путь возможен, переходите к п. 15
- Д37. Подумайте, целесообразен ли этот путь, вернитесь к п. 14
15. Каким алгебраическим преобразованием Вы воспользуетесь?
- А. приведением дробей к общему знаменателю переходите к Д38
- Б. сложением дробей с одинаковыми знаменателями переходите к Д39
- В. другим преобразованием переходите к Д40
- Д38. Такой путь не целесообразен, так как знаменатели одинаковые, вернитесь к п. 15
- Д39. Такой путь возможен, сделайте алгебраическое преобразование и переходите к п. 16
- Д40. Подумайте, будет ли этот путь рационален, вернитесь к п. 15
16. После преобразований выражение примет вид:
- А. $\frac{ctg^2 x}{ctg^2 x + 1}$ переходите к Д41
- Б. $\frac{ctg^2 x + 1}{ctg^2 x + 1}$ переходите к Д42
- В. другой ответ переходите к Д41
- Д41. Вспомните правило сложение дробей с одинаковыми знаменателями и вернитесь к п. 16
- Д42. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 17
17. Следующий Ваш шаг:
- А. применить тригонометрическую формулу переходите к Д43
- Б. сократить дробь переходите к Д44
- В. получили готовую формулу переходите к Д45
- Д43. Подумайте, будет ли рационален этот путь, вернитесь к п. 17
- Д44. Правильно, сделайте это преобразование и переходите к п. 23
- Д45. Подумайте, можно ли еще преобразовать данное выражение, вернитесь к п. 17

18. Воспользовавшись определением тангенса и котангенса, Вы запишите:

А. $\frac{1}{1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} + \frac{1}{1 + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}}$

переходите к Д46

Б. $\frac{1}{1 + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}} + \frac{1}{1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}$

переходите к Д47

В. $\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 x} + \frac{1}{1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 x}}$

переходите к Д48

Д46. Верно, запишите правильный ответ, переходите к п. 19

Д47. Подумайте и вспомните определение тангенса и котангенса, переходите к п. 18

Д48. Подумайте, разве Вы воспользовались определением тангенса и котангенса, переходите к п. 18

19. Для дальнейшего решения задачи Вы воспользуетесь:

А. тригонометрической формулой

переходите к Д49

Б. приведением к общему знаменателю первого и второго слагаемых

переходите к Д50

В. формулой сокращенного умножения

переходите к Д51

Г. приведением к общему знаменателю знаменателей каждого из слагаемых

переходите к Д52

Д49. Подумайте, разве целесообразно применять какую-либо тригонометрическую формулу к данному выражению, переходите к п. 19

Д50. Подумайте, что Вам даст данное преобразование, переходите к п. 19

Д51. Подумайте, разве можно воспользоваться такой формулой в данном случае, переходите к п. 19

Д52. Верно, проделайте данное преобразование и переходите к п. 20

20. После алгебраических преобразований Вы получите выражение:

А. $\frac{\cos^2 x}{\cos^2 x + \sin^2 x} + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x + \sin^2 x}$

переходите к Д53

Б. $\frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\sin^2 x}$

переходите к Д54

В. другой ответ

переходите к Д55

Д53. Верно, запишите правильный ответ, переходите к п. 21

Д54. Вспомните правила деления и вернитесь к п. 20

Д55. Проверьте свои вычисления, вернитесь к п. 20

21. Для дальнейшего решения задачи Вы воспользуетесь:

- А. приведением к общему знаменателю
каждого слагаемого переходите к Д56
- Б. тригонометрическими преобразованиями переходите к Д57
- В. сложением дробей с одинаковыми
знаменателям переходите к Д58
- Д56. Такой путь не целесообразен, так как знаменатели
одинаковые, вернитесь к п. 21
- Д57. Такой путь возможен, сделайте данное
преобразование и переходите к п. 23
- Д58. Такой путь возможен, сделайте данное
преобразование и переходите к п. 23
22. Для решения задачи Вы воспользуетесь следующей формулой:
- А. зависимости тангенса и косинуса,
котангенса и синуса переходите к Д59
- Б. зависимости тангенса и синуса, котангенса
и косинуса переходите к Д60
- В. приведения для тангенса и котангенса
переходите к Д61
- Г. тангенса двойного аргумента переходите к Д62
- Д59. Такой путь возможен, примените данные формулы и
переходите к п. 23
- Д60. Подумайте, есть ли вообще такие формулы, переходите
к п. 22
- Д61. Подумайте, зачем применять формулы приведения в
данном случае, переходите к п. 22
- Д62. Подумайте, сможете ли Вы извлечь информацию для
решения задачи, переходите к п. 22
23. Ответ к задаче таков:
- А. 1 переходите к Д63
- Б. другой ответ переходите к Д64
- Д50. Правильно, запишите ответ, Вы справились с задачей
- Д51. Подумайте, верно ли Вы выполнили преобразования,
переходите к п. 23

$$\frac{1 + \cos 2x}{\operatorname{ctg}^2 x} = \frac{1 - \cos^2 2x}{1 + \cos 2x}.$$

Задача. Докажите тождество:

Для решения задачи выполни пункты в заданной последовательности, начиная с п.1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Для решения задачи Вы выполните следующие действия:
 - А. преобразуете выражение в левой части так, чтобы получилось выражение, стоящее в правой части переходите к Д1
 - Б. преобразуете выражение в правой части так, чтобы получилось выражение, стоящее в левой части переходите к Д2
 - В. Убедитесь, что разность между левой и правой частями данного равенства равна нулю переходите к Д3
 - Д1. Такой путь возможен, переходите к п. 2
 - Д2. Такой путь возможен, подумайте, будет ли данный путь рациональнее, переходите к п. 1
 - Д3. Такой путь возможен, подумайте, будет ли данный путь рациональнее, переходите к п. 1
2. Для решения задачи Вы выполните следующие действия:
 - А. воспользуетесь алгебраическими преобразованиями переходите к Д4
 - Б. воспользуетесь формулой косинуса двойного аргумента переходите к Д5
 - В. воспользуетесь определением котангенса переходите к Д6
 - Г. воспользуетесь основным тригонометрическим тождеством переходите к Д7
 - Д4. Такой путь возможен, переходите к п. 3
 - Д5. Подумайте, не заведет ли этот путь Вас в тупик, переходите к п. 2
 - Д6. Такой путь возможен, подумайте, сможете ли Вы воспользоваться этой информацией сразу, переходите к п. 2
 - Д7. Этот путь заведет Вас в тупик, переходите к п. 2
3. Вы выполните:
 - А. умножите числитель и знаменатель дроби на $(1 - \cos 2x)$ переходите к Д8
 - Б. прибавите и вычтите $\cos^2 2x$ переходите к Д9
 - В. другие преобразования переходите к Д10
 - Д8. Верно, сделайте данное преобразование, переходите к п. 4
 - Д9. Подумайте, сможете ли Вы воспользоваться такой информацией, переходите к п. 3

- Д10. Неверно, переходите к п. 3
4. В результате получите выражение:
- А. $\frac{1 - \cos^2 2x}{(1 - \cos 2x) \cdot \operatorname{ctg}^2 x}$ переходите к Д11
- Б. $\frac{1 - \cos^2 2x}{(1 + \cos 2x) \cdot \operatorname{ctg}^2 x}$ переходите к Д12
- В. другой ответ переходите к Д13
- Д11. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 5
- Д12. Обратите внимание на знаменатель, переходите к п. 4
- Д13. Неверно, переходите к п. 4
5. Для решения задачи Вы воспользуетесь:
- А. формулой косинуса двойного аргумента переходите к Д14
- Б. формулой синуса половинного аргумента переходите к Д15
- В. основным тригонометрическим тождеством переходите к Д16
- Д14. Такой путь возможен, примените данную формулу и переходите к п. 6
- Д15. Такой путь возможен, примените данную формулу и переходите к п. 8
- Д16. Этот путь заведет в тупик, переходите к п. 5
6. Вы получите выражение:
- А. $\frac{1 - \cos^2 2x}{(1 - \cos^2 x + \sin^2 x) \cdot \operatorname{ctg}^2 x}$ переходите к Д17
- Б. $\frac{1 - \cos^2 2x}{(1 - \cos^2 x - \sin^2 x) \cdot \operatorname{ctg}^2 x}$ переходите к Д18
- В. другой ответ переходите к Д19
- Д17. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 7
- Д18. Обратите внимание на знаки, переходите к п. 6
- Д19. Вероятно, Вы забыли формулу, переходите к п. 6
7. Вы воспользуетесь:
- А. алгебраическими преобразованиями переходите к Д20
- Б. основным тригонометрическим тождеством переходите к Д21
- В. соотношением котангенса и синуса переходите к Д22
- Д20. Подумайте, целесообразно ли это, переходите к п. 7
- Д21. Верно, примените данную формулу и переходите к п. 8
- Д22. Это заведет Вас в тупик, переходите к п. 7
8. В результате Вы получите выражение:
- А. $\frac{1 - \cos^2 2x}{2 \sin^2 x \cdot \operatorname{ctg}^2 x}$ переходите к Д23
- Б. другой ответ переходите к Д24
- Д23. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 9
- Д24. Проверьте вычисления и вернитесь к п. 8

9. Воспользовавшись определением котангенса и сокращением дроби Вы получите выражение:

А. $\frac{1 - \cos^2 2x}{2 \cos^2 x}$ переходите к Д25

Б. $\frac{1 - \cos^2 2x}{\cos^2 x}$ переходите к Д26

В. другой ответ переходите к Д27

Д25. Верно, запишите правильный ответ и переходите к п. 10

Д26. Обратите внимание на коэффициенты, переходите к п. 9

Д27. Неверно, переходите к п. 9

10. Чтобы преобразовать знаменатель, Вы воспользуетесь:

А. формулой косинуса двойного аргумента переходите к Д28

Б. формулой косинуса половинного аргумента переходите к Д29

В. основным тригонометрическим тождеством переходите к Д30

Д28. Этот путь заведет Вас в тупик, переходите к п. 10

Д29. Верно, переходите к п. 11

Д30. Подумайте, как Вы в дальнейшем сможете использовать данную информацию, вернитесь к п. 10

11. Формула половинного аргумента, которой Вы воспользуетесь, имеет вид:

А. $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$ переходите к Д31

Б. $\cos^2 x = \frac{1 + \cos x}{2}$ переходите к Д32

Г. $\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}$ переходите к Д33

Д31. Верно, примените данную формулу и переходите к п. 12

Д32. Обратите внимание на аргумент, переходите к п. 11

Д33. Вы верно записали формулу, но, к сожалению, Вы не сможете ей воспользоваться, т.к. в нашем случае другой аргумент, переходите к п. 11

12. Ответ к задаче таков:

А. тождество доказано переходите к Д34

Б. $\frac{1 - \cos^2 2x}{1 + \cos 2x}$ переходите к Д34

В. другой ответ переходите к Д35

Д34. Верно. Запишите правильный ответ. Вы справились с заданием

Д35. Неверно, переходите к п. 12

Задача. Упростить выражение: $\sin^4 x + \cos^4 x$.

Для решения задачи выполни пункты в заданной последовательности, начиная с п.1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Решение данного задания вы начнете с:
 - А. применения основного тригонометрического тождества переходите к Д1
 - Б. выделения полного квадрата переходите к Д2
 - В. применения формул понижения степени переходите к Д3

Д1. Такой путь возможен, переходи к п. 2
Д2. Верно, переходи к п. 21
Д3. Такой путь возможен, переходи к п. 25
2. Основное тригонометрическое тождество Вы примените:
 - А. для синуса переходите к Д5
 - Б. для косинуса переходите к Д6
 - В. для всего выражения переходите к Д7

Д5. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь
переходи к п. 12
Д6. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь
и переходи к п. 3
Д7. Обратите внимание на степень, можно ли воспользоваться
данной формулой, переходите к п. 1
3. Воспользовавшись данной формулой, Вы получите выражение:
 - А. $1 - (\sin^2 x)^2 + \sin^4 x$ переходите к Д8
 - Б. $(1 - \sin^2 x)^2 + \sin^4 x$ переходите к Д9
 - В. $(1 - \sin x)^4 + \sin^4 x$ переходите к Д10

Д8. Обратите внимание на выражение, возводимое в квадрат,
переходите к п. 3
Д9. Верно, запишите правильный ответ, переходите к п. 4
Д10. Обратите внимание на степень, переходите к п. 3
4. Для дальнейшего решения Вы выполните:
 - А. операцию раскрытия скобок переходите к Д11
 - Б. тригонометрические преобразования переходите к Д12

Д11. Верно, сделайте данное действие, переходите к п. 5
Д12. Подумайте, сможете ли воспользоваться информацией
для дальнейшего решения задачи, переходите к п. 4
5. Раскрыв скобки, Вы получите выражение:
 - А. $1 - 2\sin^2 x + \sin^4 x + \sin^4 x$ переходите к Д13
 - Б. другой ответ переходите к Д14

Д13. Правильно, запишите правильный ответ, переходи к п. 5
Д14. Проверьте правильность возведения в квадрат, переходите к п. 4
6. Для дальнейшего решения задачи Вы выполните:

- Д28. Подумайте, сможете ли Вы применить алгебраические преобразования, переходите к п. 11
- Д29. Верно, примените данную формулу, переходите к п. 23
- Д30. Подумайте, будет ли целесообразным такое применение, переходите к п. 11
12. Воспользовавшись данной формулой, Вы получите выражение:
- А. $1 - (\cos^2 x)^2 + \cos^4 x$ переходите к Д31
- Б. $(1 - \cos^2 x)^2 + \cos^4 x$ переходите к Д32
- В. $(1 - \cos x)^4 + \cos^4 x$ переходите к Д33
- Д31. Обратите внимание на выражение, возводимое в квадрат, переходите к п. 12
- Д32. Верно, запишите правильный ответ, переходите к п. 13
- Д33. Обратите внимание на степень, переходите к п. 14
13. Для дальнейшего решения Вы выполните:
- А. операцию раскрытия скобок переходите к Д34
- Б. тригонометрические преобразования переходите к Д35
- Д34. Верно, сделайте данное действие, переходите к п. 14
- Д35. Подумайте, сможете ли воспользоваться информацией для дальнейшего решения задачи, переходите к п. 13
14. Раскрыв скобки, Вы получите выражение:
- А. $1 - 2\cos^2 x + \cos^4 x + \cos^4 x$ переходите к Д36
- Б. другой ответ переходите к Д37
- Д36. Правильно, запишите ответ, переходите к п. 15
- Д37. Проверьте правильность возведения в квадрат, переходите к п. 14
15. Для дальнейшего решения задачи Вы выполните:
- А. приведение подобных членов переходите к Д38
- Б. тригонометрические преобразования переходите к Д39
- Д38. Верно, переходите к п. 16
- Д39. Подумайте, сможете ли воспользоваться информацией для дальнейшего решения задачи, переходите к п. 15
16. Выполнив приведение подобных членов, Вы получите выражение:
- А. $1 - 2\cos^2 x + 2\cos^4 x$ переходите к Д40
- Б. другой ответ переходите к Д41
- Д40. Правильно, запишите правильный ответ, переходите к п. 17
- Д41. Неверно, переходите к п. 18
17. В дальнейшем Вы продолжите решение задачи:
- А. с помощью формулы понижения степени переходите к Д42
- Б. используя алгебраические преобразования переходите к Д43
- В. другие тригонометрические преобразования переходите к Д44
- Д42. Подумайте, будет ли этот путь рационален, переходите к п. 17

- Д43. Такой путь возможен, переходите к п. 18
- Д44. Подумайте, сможете ли Вы извлечь из этого полезную информацию и вернись к п. 17
18. Какие алгебраические операции Вы примените к данному выражению?
- А. вынести за скобку двойку переходите к Д45
- Б. вынести за скобку $2 \cos x$ переходите к Д46
- В. вынести $2 \cos^2 x$ переходите к Д47
- Д45. Подумайте, будет ли полезна эта информация, вернитесь к п. 7
- Д46. Подумайте, будет ли этот путь рационален, переходите к п. 9
- Д47. Верно, сделайте данное преобразование, переходите к п. 10
19. В результате Вы получите выражение:
- А. $1 - 2 \cos^2 x (1 + 2 \cos^2 x)$ переходите к Д48
- Б. $1 - 2 \cos^2 x (1 - 2 \cos^2 x)$ переходите к Д49
- В. $1 + 2 \cos^2 x (1 - 2 \cos^2 x)$ переходите к Д50
- Д48. Обратите внимание на знак в скобках, переходите к п. 19
- Д49. Верно, запишите ответ, переходите к п. 20
- Д50. Обратите внимание на знаки, переходите к п. 19
20. Для дальнейшего решения задачи Вы примените:
- А. алгебраические преобразования переходите к Д51
- Б. основное тригонометрическое тождество переходите к Д52
- В. другие тригонометрические преобразования переходите к Д53
- Д51. Подумайте, сможете ли Вы применить алгебраические преобразования, переходите к п. 20
- Д52. Верно, переходите к п. 23
- Д53. Подумайте, будет ли целесообразным такое применение, переходите к п. 20
21. Какое слагаемое необходимо прибавить и вычесть:
- А. $2 \sin x \cos x$ переходите к Д54
- Б. $\sin^2 x \cos^2 x$ переходите к Д55
- В. $2 \sin^2 x \cos^2 x$ переходите к Д56
- Д54. Обратите внимание на степень, переходите к п. 21
- Д55. Обратите внимание на коэффициент, переходите к п. 21
- Д56. Верно, переходите к п. 22
22. Для того чтобы продолжить решение задачи Вы воспользуетесь:
- А. основным тригонометрическим тождеством переходите к Д57
- Б. косинусом двойного аргумента переходите к Д58
- В. другими преобразованиями переходите к Д59
- Д57. Верно, сделайте данное преобразование, переходите к п. 23

- Д58. Обратите внимание на знак, переходите к п. 22
- Д59. Подумай, будет ли это целесообразно, переходите к п. 22
23. Получили выражение:
- А. $1 - 2\sin^2 x \cos^2 x$ переходите к Д60
- Б. $2\sin^2 x \cos^2 x$ переходите к Д61
- В. $- 2\sin^2 x \cos^2 x$ переходите к Д62
- Д60. Верно, запишите ответ, переходите к п. 24
- Д61. Подумайте, какое выражение останется от преобразований в скобках, переходите к п. 23
- Д62. Подумайте, какое выражение останется от преобразований в скобках, и обратите внимание на знаки, переходите к п. 23
24. Продолжив решение задачи, Вы воспользуетесь:
- А. тригонометрическими формулами двойного аргумента переходите к Д63
- Б. тригонометрическими формулами половинного аргумента переходите к Д64
- В. алгебраическими преобразованиями переходите к Д64
- Д63. Верно, переходите к п. 32
- Д64. Подумайте о целесообразности таких преобразований, переходите к п. 24
25. Примените формулу понижения степени:
- А. только для синуса переходите к Д65
- Б. только для косинуса переходите к Д66
- В. для синуса и косинуса одновременно переходите к Д67
- Д65. Подумайте, применима ли данная формула и для косинуса, переходите к п. 25
- Д66. Подумайте, применима ли данная формула и для синуса, переходите к п. 25
- Д67. Верно, переходите к п. 26
26. Применив формулу понижения степени, Вы получите выражение:
- А. $\frac{1}{2} (1 + \cos 2x))^2 + (\frac{1}{2} (1 + \cos 2x))^2$ переходите к Д68
- Б. $\frac{1}{2} (1 + \cos 2x))^2 + (\frac{1}{2} (1 - \cos 2x))^2$ переходите к Д69
- В. $\frac{1}{2} (1 + \cos 2x))^2 + (\frac{1}{2} (1 - \sin 2x))^2$ переходите к Д70
- Д68. Обратите внимание на знаки, переходите к п. 26
- Д69. Верно, запишите правильный ответ, переходите к п. 27
- Д70. Обратите внимание на тригонометрические функции, переходите к п. 26

27. Выполнив операцию возведения в степень, Вы получите результат:
- А. $\frac{1}{2} (1 + 2\cos 2x + \cos^2 2x) + \frac{1}{2} (1 - 2\cos 2x + \cos^2 2x)$ переходите к Д71
- Б. $\frac{1}{4} (1 + 2\cos 2x + \cos^2 2x) + \frac{1}{4} (1 - 2\cos 2x - \cos^2 2x)$ переходите к Д72
- В. $\frac{1}{4} (1 + 2\cos 2x + \cos^2 2x) + \frac{1}{4} (1 - 2\cos 2x + \cos^2 2x)$ переходите к Д73
- Г. другой ответ переходите к Д74
- Д71. Обрати внимание на $1/2$, переходите к п. 27
- Д72. Обратите внимание на знаки, переходите к п. 27
- Д73. Верно, запишите ответ, переходите к п. 28
- Д74. Неверно, переходите к п. 27
28. Для того чтобы продолжить решение задачи Вы воспользуетесь:
- А. алгебраическими преобразованиями переходите к Д75
- Б. тригонометрическими формулами сложения переходите к Д76
- В. тригонометрическими формулами половинного аргумента переходите к Д76
- Г. тригонометрическими формулами двойного аргумента переходите к Д76
- Д75. Такой путь возможен, переходите к п. 29
- Д76. Подумайте, целесообразно ли применение данных формул, переходите к п. 28
29. В результате преобразований Вы получите выражение вида:
- А. $\frac{1}{2} (1 + 1 \cos^2 2x)$ переходите к Д77
- Б. $\frac{1}{4} (1 + 1 \cos^2 2x)$ переходите к Д78
- В. $\frac{1}{4} (2 + 2 \cos^2 2x)$ переходите к Д79
- Г. другой ответ переходите к Д80
- Д77. Верно, запишите ответ, переходите к п. 30
- Д78. Подумайте, каким должен быть первый множитель, переходите к п. 29
- Д79. Преобразование незавершено, переходите к п. 29
- Д80. Ответ неверный, переходите к п. 29
30. Следующим шагом Вы намерены:
- А. записать готовый ответ переходите к Д81
- Б. применить формулу понижения степени переходите к Д82
- В. применить формулу двойного аргумента переходите к Д83

- Г. выполнить алгебраические преобразования переходите к Д84
- Д81. Подумайте, какие еще операции можно выполнить, чтобы упростить выражение, переходите к п. 30
- Д82. Верно, переходите к п. 31
- Д83. Подумайте, что произойдет со степенью после применения этой формулы, переходите к п. 30
- Д84. Такой путь возможен, однако сначала целесообразнее применить тригонометрическую формулу, переходите к п.30
31. После преобразований Вы получите выражение вида:
- А. $\frac{1}{2}\left(1 + \frac{1 + \cos 4x}{2}\right)$ переходите к Д85
- Б. $\frac{1}{2}\left(1 + \frac{1 + \cos 2x}{2}\right)$ переходите к Д86
- В. $\frac{1}{2}\left(1 + \frac{1 + \cos 4x}{4}\right)$ переходите к Д87
- Д85. Верно, запишите ответ, переходите к п. 35
- Д86. Обратите внимание на аргумент косинуса, переходите к п. 31
- Д87. Обратите внимание на знаменатель, переходите к п. 31
32. После преобразований Вы получите выражение вида:
- А. $1 - \sin^2 2x$ переходите к Д88
- Б. $1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x$ переходите к Д89
- В. другой ответ переходите к Д90
- Д88. Обратите внимание на коэффициент, переходите к п. 32
- Д89. Верно, запишите ответ, переходите к п. 33
- Д90. Проверьте, правильно ли Вы воспользовались формулой, переходите к п. 32
33. Для дальнейшего решения Вы примените:
- А. формулу понижения степени переходите к Д91
- Б. формулу двойного аргумента переходите к Д92
- В. формулу разности квадратов переходите к Д93
- Д91. Верно, примените данную формулу, переходите к п. 34
- Д92. Это приведет Вас к предыдущему результату, переходите к п. 33
- Д93. Подумайте о рациональности выбранного пути, переходите к п. 33
34. В результате Вы получите выражение:
- А. $1 - \frac{1 - \cos 4x}{4}$ переходите к Д94
- Б. другой ответ переходите к Д95

Д94. Верно, запишите правильный ответ, переходите к п. 35

Д95. Неверно, переходите к п. 34

35. Ответ к задаче таков:

А. $\frac{3}{4} + \frac{\cos 4x}{4}$

переходите к Д96

Б. другой ответ

переходите к Д97

Д96. Молодец, запишите правильный ответ. Вы справились с заданием

Д97. Проверьте правильность алгебраических операций, переходите к п. 35

Задача. Упростить выражение: $\sin 6x + \cos 6x$.

Для решения задачи выполните пункты в заданной последовательности, начиная с п. 1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых ответов.

1. Для решения задачи Вы воспользуетесь:

А. алгебраическими преобразованиями

переходите к Д1

Б. формулами половинного аргумента

переходите к Д2

В. основным тригонометрическим тождеством

переходите к Д3

Д1. Такой путь возможен, переходите к п. 2

Д2. Такой путь возможен, переходите к п. 15

Д3. Обратите внимание на степени функций и вернитесь к п. 1

2. Какими алгебраическими преобразованиями Вы воспользуетесь:

А. формулой суммы квадратов

переходите к Д4

Б. формулой суммы кубов

переходите к Д5

В. прибавить и вычитать некоторое слагаемое

переходите к Д6

Д4. Подумайте, существует ли такая формула и вернитесь к п. 2

Д5. Такой путь возможен, переходите к п. 3

Д6. Неверно, вернитесь к п. 2

3. Воспользовавшись формулой, Вы получили следующее выражение:

А. $(\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin 4x + \cos^2 x \cdot \sin^2 x + \cos 4x)$

переходите к Д7

Б. $(\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin 4x - \cos^2 x \cdot \sin^2 x + \cos 4x)$

переходите к Д8

В. $(\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin 4x + 2\cos^2 x \cdot \sin^2 x + \cos 4x)$

переходите к Д9

Д7. Вспомните формулу разности кубов и вернитесь к п. 3

Д8. Верно, запишите правильный ответ, переходите к п. 4

Д9. Вспомните формулу куба суммы и вернитесь к п. 3

4. Какой формулой воспользуетесь, чтобы преобразовать первую скобку:

А. косинуса двойного угла

переходите к Д10

Б. формулами половинного аргумента

переходите к Д11

В. основным тригонометрическим тождеством

переходите к Д12

- Д10. Обратите внимание на знак и вернитесь к п. 4
- Д11. Подумайте, будет ли такой путь рационален, и вернитесь к п. 4
- Д12. Правильно, переходите к п. 5
5. Запишите основное тригонометрическое тождество.
- А. $1 = \cos^2 x + \sin^2 x$ переходите к Д13
- Б. $1 = \cos^2 x - \sin^2 x$ переходите к Д14
- В. $1 = \cos x + \sin x$ переходите к Д13
- Д13. Правильно, переходите к п. 6
- Д14. Формула записана неправильно, вернитесь к п. 5
7. Как Вы преобразуете вторую скобку:
- А. выделите полный квадрат суммы переходите к Д15
- Б. выделите полный квадрат разности переходите к Д16
- В. воспользуетесь формулами половинного аргумента переходите к Д17
- Д15. Верно, переходите к п. 7
- Д16. Подумайте, сможете ли Вы дальше воспользоваться данной информацией и вернитесь к п. 6
- Д17. Подумайте, есть ли необходимость применять формулу в данном случае, вернитесь к п. 6
8. Какое выражение необходимо прибавить и вычесть, чтобы получить полный квадрат?
- А. $\sin^2 x \cdot \cos^2 x$ переходите к Д18
- Б. $2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$ переходите к Д18
- В. $3 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$ переходите к Д19
- Д18. Подумайте, достаточно ли будет данного слагаемого, чтобы получить полный квадрат и вернитесь к п. 7
- Д19. Верно, сделайте данное преобразование, переходите к п. 8
9. Применяя формулу, Вы получили следующее выражение:
- А. $(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 3 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$ переходите к Д20
- Б. $(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 + 3 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$ переходите к Д21
- В. $(\sin x + \cos x)^2 - 3 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$ переходите к Д22
- Д20. Правильно, запишите ответ, переходите к п. 9
- Д21. Обратите внимание на знаки и вернитесь к п. 8
- Д22. Подумайте, правильно ли Вы воспользовались формулой и вернитесь к п. 8
10. Преобразовав скобку, Вы получили следующее выражение:
- А. $1 - 3 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$ переходите к Д23
- Б. $-3 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$ переходите к Д24
- В. $3 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$ переходите к Д25
- Д23. Верно, запишите правильный ответ, переходите к п. 10
- Д24. Выражение преобразовано неправильно, вернитесь к п. 9

11. Произведение представляет собой формулу:
 А. половинного аргумента переходите к Д26
 Б. синуса двойного угла переходите к Д27
 Д26. Подумайте, будет ли такой путь рационален, и вернитесь к п. 10
 Д27. Верно, переходите к п. 11
12. Запишите формулу синуса двойного угла:
 А. $\sin 2x=4\sin x \cdot \cos x$ переходите к Д29
 Б. $\sin 2x=2\sin x \cdot \cos x$ переходите к Д28
 В. $\sin 2x=\sin x \cdot \cos x$ переходите к Д29
 Д28. Верно, примените данную формулу, переходите к п. 12
 Д29. Обратите внимание на первый множитель и вернитесь к п. 11
13. Воспользовавшись формулой, Вы получили:
 А. $1-\frac{3}{4}\sin^2 2x$ переходите к Д30
 Б. $1-\frac{3}{2}\sin^2 2x$ переходите к Д31
 В. $1-\frac{3}{4}\sin 2x$ переходите к Д31
 Д30. Правильно, запишите правильный ответ, переходите к п. 13
 Д31. Подумайте, правильно ли вы применили формулу и вернитесь к п. 12
14. Следующий Ваш шаг – применить формулу:
 А. зависимости синуса и косинуса переходите к Д32
 Б. половинного аргумента переходите к Д33
 В. получили готовый ответ переходите к Д34
 Д32. Подумайте, какую информацию Вам даст эта формула, и вернитесь к п. 13
 Д33. Верно, переходите к п. 14
 Д34. Подумайте, нельзя ли еще преобразовать выражение, вернитесь к п. 13
15. Запишите формулу половинного аргумента для функции синуса:
 А. $2\sin^2 x=1+\cos 2x$ переходите к Д35
 Б. $2\sin^2 x=1-\cos 2x$ переходите к Д36
 В. $2\sin^2 x=1-\cos x$ переходите к Д37
 Д35. Вспомните формулу половинного аргумента для функции косинус вернитесь к п. 14
 Д36. Правильно, переходите к п. 23
 Д37. Обратите внимание на углы и вернитесь к п. 14

16. Запишите формулу половинного аргумента для функции синуса:
- А. $2\sin^2x=1-\cos 2x$ переходите к Д39
 Б. $2\sin^2x=1-2\cos 2x$ переходите к Д38
 В. $2\sin^2x=1-4\cos 2x$ переходите к Д38
- Д38. Обратите внимание на множитель перед косинусом, вернитесь к п. 15
- Д39. Верно, примените данную формулу, переходите к п. 16
17. Запишите формулу половинного аргумента для функции косинуса:
- А. $\cos^2x=1+\cos 2x$ переходите к Д40
 Б. $2\cos^2x=1+\cos 2x$ переходите к Д41
 В. $4\cos^2x=1+\cos 2x$ переходите к Д40
- Д40. Обратите внимание на множитель перед квадратом косинуса, вернитесь к п. 16
- Д41. Верно, примените данную формулу, переходите к п. 17
18. Применив формулу, Вы получили следующее выражение:
- А. $\frac{1}{8}((1-\cos 2x)^3+(1+\cos 2x)^3)$ переходите к Д42
 Б. $\frac{1}{4}((1-\cos 2x)^3+(1+\cos 2x)^3)$ переходите к Д43
 В. $\frac{1}{2}((1-\cos 2x)^3+(1+\cos 2x)^3)$ переходите к Д43
- Д42. Правильно, запишите ответ, переходите к п. 18
- Д43. Обратите внимание на первый множитель, Вы можете выносить его за скобки только лишь после возведения в куб, вернитесь к п. 17
19. После возведения в куб первой скобки, Вы получите:
- А. $1-3\cos 2x+\cos^2 2x-\cos^3 2x$ переходите к Д44
 Б. $1+3\cos 2x-\cos^2 2x+\cos^3 2x$ переходите к Д45
 В. $1-3\cos 2x+\cos^2 2x+\cos^3 2x$ переходите к Д45
- Д44. Верно, запишите правильный ответ, переходите к п. 19
- Д45. Обратите внимание на знаки и вернитесь к п. 18
20. После возведения в куб второй скобки, Вы получите:
- А. $1+3\cos 2x-\cos^2 2x+\cos^3 2x$ переходите к Д46
 Б. $1+3\cos 2x+\cos^2 2x+\cos^3 2x$ переходите к Д47
 В. $1+3\cos 2x+\cos^2 2x-\cos^3 2x$ переходите к Д46
- Д46. Обратите внимание на знаки и вернитесь к п. 19
- Д47. Верно, запишите правильный ответ, переходите к п. 20
21. Для дальнейшего решения задачи Вы воспользуетесь:
- А. приведением подобных членов и раскрытием скобок переходите к Д48
 Б. формулой сложения переходите к Д49

- В. другими преобразованиями переходите к Д50
- Д48. Верно, сделайте данное преобразование, переходите к п. 21
- Д49. Подумайте, какую информацию Вы сможете извлечь для решения задачи, переходите к п. 20
- Д50. Подумайте о целесообразности проведения такого преобразования, переходите к п. 20
22. Приведя подобные члены и раскрыв скобки, вы получите следующее выражение:
- А. $\frac{1}{4} - \frac{3}{4} \cos^2 2x$ переходите к Д51
- Б. $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cos^2 2x$ переходите к Д52
- В. $-\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cos^2 2x$ переходите к Д51
- Г. другой ответ переходите к Д53
- Д51. Обратите внимание на знаки, вернитесь к п. 21
- Д52. Верно, запишите ответ, переходите к п. 22
- Д53. Проверьте, правильно ли Вы привели подобные члены, вернитесь к п. 21
23. Ваш следующий шаг:
- А. применить формулу половинного аргумента переходите к Д54
- Б. применить формулу зависимости синуса и косинуса переходите к Д55
- В. получили готовый ответ переходите к Д56
- Д54. Верно, примените данную формулу, переходите к п. 23
- Д55. Подумайте, какую информацию Вам даст эта формула, и вернитесь к п. 22
- Д56. Подумайте, нельзя ли еще преобразовать выражение, вернитесь к п. 22
24. Ответ таков:
- А. $\frac{5}{8} + \frac{3}{8} \cos 4x$ переходите к Д57
- Б. $\frac{5}{8} - \frac{3}{8} \cos 4x$ переходите к Д58
- В. другой ответ переходите к Д59
- Д57. Верно, запишите ответ, Вы справились с задачей
- Д58. Обратите внимание на знаки, вернитесь к п. 23
- Д59. Проверьте, правильно ли Вы раскрыли скобки и вернитесь к п. 23

Научное издание

Волкова Елена Александровна

**НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ К АВТОМАТИЗАЦИИ
ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ОБУЧАЮЩИХ ТЕСТОВ
(НА ПРИМЕРЕ ОБУЧЕНИЯ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ)**

Монография

Редактор А. А. Носырь
Компьютерная верстка С. В. Горбуновой

Подписано в печать 05.10.2015 г. Формат 60×84 1/16. Бумага для множительных аппаратов. Гарнитура «Таймс». Печать офсетная (на ризографе). Усл. печ. л. 7,33. Уч.-изд. л. 7,88. Тираж 50 экз. Заказ № 110.

Редакционно-издательский отдел НТГСПИ (ф) РГППУ.
Адрес: 622031, г. Нижний Тагил, ул. Красногвардейская, 57.